

ANDRZEJ JANKOWSKI  
SABINA TARANOWSKA

Polska Akademia Nauk  
Zakład Oceanologii -- Sopot

## ZASTOSOWANIE METODY PARAMETRYZACJI ROZKŁADÓW PIONOWYCH TEMPERATURY I ZASOLENIA DO OPRACOWANIA POLA GĘSTOŚCI WODY MORSKIEJ

Treść: 1. Wstęp, 2. Modele temperatury i zasolenia, 3. Model gęstości, 4. Metodyka przygotowania pól temperatury, zasolenia i gęstości, 5. Omówienie wyników obliczeń, 6. Uwagi końcowe; Summary; Literatura.

### 1. WSTĘP

Gęstość wody odgrywa znaczną rolę w procesach cyrkulacji wód w niejednorodnych akwenach wodnych.

W modelach hydrodynamiczno-numerycznych cyrkulacji wiatrowo gęstościowej rozkład prądów w dużym stopniu jest uwarunkowany zadanym polem gęstości [5, 12]. Znajomość gęstości (a także temperatury i zasolenia, na podstawie których można obliczyć gęstość) w naturalnych basenach morskich ogranicza się do kilku poziomów. W zasadniczy sposób ogranicza to również modele cyrkulacji, które bazują na eksperymentalnym polu gęstości.

Modele takie pozwalają obliczyć prądy na poziomach, na których jest znany rozkład gęstości [5, 11, 12].

Wspomniane trudności można pokonać stosując modele temperatury i zasolenia [3, 13], w których rozkłady pionowe tych wielkości aproksymuje się za pomocą prostych funkcji od współrzędnej pionowej „z”, np. paraboli kwadratowej czy sześcienniej (metoda parametryzacji).

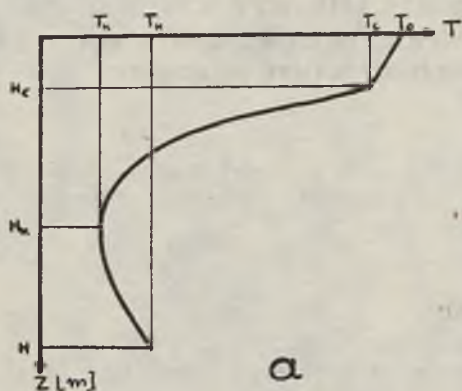
Idea modeli gęstości liczy sobie wiele lat [2, 6, 8, 10], jednak szerszego opracowania metoda parametryzacji doczekała się w 1968 roku [3, 13] dla morza jednowarstwowego oraz w 1974 [4] dla morza wielowarstwowego.

Niniejsza publikacja omawia zastosowanie metody parametryzacji rozkładów pionowych temperatury i zasolenia w Morzu Bałtyckim. Celem badań było otrzymanie pola gęstości wody dla klimatycznego modelu cyrkulacji wiatrowo-gęstościowej w Bałtyku w sierpniu.

## 2. MODELE TEMPERATURY I ZASOLENIA

Morze Bałtyckie jest przykładem wielowarstwowego zbiornika wodnego. Typowe profile pionowe temperatury i zasolenia dla sierpnia ilustrują ryc. 1a i b. Wyraźnie występują trzy warstwy w profilu temperatury:

- warstwa quasi-jednorodna ( $O - H_C$ )
- warstwa głównej termokliny ( $H_C - H_K$ )
- warstwa termokliny przydennej ( $H_K - H$ )



Ryc. 1. Typowe rozkłady pionowe temperatury (a) i zasolenia (b) w sierpniu na obszarach głębokowodnych Morza Bałtyckiego

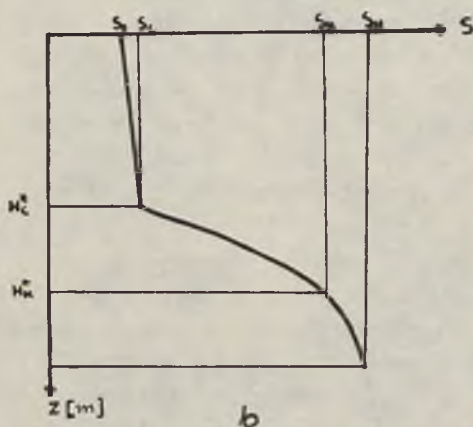


Fig. 1. Typical vertical distribution of temperature (a) and salinity (b) in deep zones of the Baltic Sea in August

Podobna sytuacja jest dla zasolenia (ryc. 1b), gdzie również występuje warstwa quasi-jednorodna ( $O - H_C^*$ ), warstwa skoku zasolenia ( $H_C^* - H_K^*$ ) oraz warstwa przydenna ( $H_K^* - H$ ).

Dla obszarów o mniejszej głębokości obserwuje się zmniejszenie się warstwy środkowej i zanik warstwy dolnej.



Przedstawmy profil temperatury z głębokością w każdej z warstw za pomocą następujących funkcji (oś „z” skierowano do góry):

$$T_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Z \quad - H_C \leq Z \leq 0 \quad (2.1)$$

$$T_2 = \alpha_3 + \alpha_4 Z + \alpha_5 Z^2 + \alpha_6 Z^3 \quad - H_K \leq Z \leq -H_C \quad (2.2)$$

$$T_3 = \alpha_7 + \alpha_8 Z + \alpha_9 Z^2 \quad -H \leq Z < -H_K \quad (2.3)$$

gdzie:

$\alpha_i = f_j(x, y)$  — Współczynniki są funkcjami tylko współrzędnych poziomych.

W celu wyznaczenia 9 współczynników  $\alpha_i$  przyjmujemy określone warunki graniczne na powierzchni wody i na dnie zbiornika oraz na styku poszczególnych warstw.

$$Z = 0 \quad T_1 = T_0 \quad (2.4)$$

$$Z = -H_C \quad T_1 = T_2 = T_C \quad (2.5)$$

$$Z = -H_K \quad T_2 = T_3 = T_K \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial Z} = \frac{\partial T_3}{\partial Z}; \quad \frac{\partial^2 T_2}{\partial Z^2} = \frac{\partial^2 T_3}{\partial Z^2} \quad (2.7)$$

$$Z = -H \quad T_3 = T_H \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial Z} = 0 \quad (2.9)$$

gdzie:

$T_0, T_C, T_K, T_H$  — Odpowiednio: temperatura na powierzchni morza, na górnej granicy termokliny, na dolnej granicy termokliny oraz na dnie morza.

$H_C, H_K$  — głębokość zalegana warstwy quazi-jednorodnej i warstwy głównej termokliny.

Warunki (2.6, 2.7) gwarantują ciągłość oraz zachowanie krzywizny na styku warstw.

Przyjęte warunki brzegowe (2.4—2.9) pozwalają obliczyć współczynniki:

$$\alpha_1 = T_0; \quad \alpha_2 = \frac{T_0 - T_C}{H_C} \quad (2.10)$$

$$\alpha_3 = T_C + \alpha_4 H_C - \alpha_5 H_C^2 + \alpha_6 H_C^3 \quad (2.11)$$

$$\alpha_4 = \alpha_8 + 3\alpha_6 H_K^2; \quad \alpha_5 = \alpha_9 + 3\alpha_6 H_K \quad (2.12)$$

$$\alpha_6 = \frac{\alpha_7 - \alpha_8 H_C + 2\alpha_9 H_C^2 - T_C}{(H_C - H_K)^2}; \quad \alpha_7 = T_H + \alpha_9 H^2 \quad (2.13)$$

$$\alpha_8 = 2\alpha_9 H; \quad \alpha_9 = \frac{T_K - T_H}{(H - H_K)^2} \quad (2.14)$$

Model temperatury (2.1—2.2), który oznaczmy symbolem T 1 stosowano w przypadku głębokiego morza. Dla obszarów o mniejszych głębokościach zastosowano następujące modele temperatury:

$$\text{— T 2:} \quad T_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Z \quad (2.15)$$

$$T_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Z + \alpha_5 Z^2 \quad (2.16)$$

$$T_3 = \alpha_6 \alpha_7 Z + \alpha_8 Z^2 + \alpha_9 Z^3 \quad (2.17)$$

$$\text{— T 3:} \quad T_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Z \quad (2.18)$$

$$T_2 = \alpha_3 + \alpha_4 Z + \alpha_5 Z^2 \quad (2.19)$$

$$\text{— T 4:} \quad T_1 = \alpha_1 + \alpha_2 Z \quad (2.20)$$

Współczynniki  $\alpha_i$  oblicza się analogicznie jak dla modelu T 1 z warunkami granicznymi: dla modelu T 2 (2.4—2.9), dla T 3 (2.4—2.5) i (2.8—2.9), a dla T 4 (2.4 i 2.8). Aproksymację rozkładów pionowych zasolenia przeprowadzono stosując następujące modele:

$$\text{— S 1:} \quad S_1 = \beta_1 + \beta_2 Z \quad (2.21)$$

$$S_2 = \beta_3 + \beta_4 Z + \beta_5 Z^2 \quad (2.22)$$

$$S_3 = \beta_6 + \beta_7 + \beta_8 Z^2 + \beta_9 Z^3 \quad (2.23)$$

$$\text{— S 2:} \quad S_1 = \beta_1 + \beta_2 Z \quad (2.24)$$

$$S_2 = \beta_3 + \beta_4 Z \quad (2.25)$$

$$S_3 = \beta_5 + \beta_6 Z + \beta_7 Z^2 \quad (2.26)$$

$$\text{— S 3:} \quad S_1 = \beta_1 + \beta_2 Z \quad (2.27)$$

$$S_2 = \beta_3 + \beta_4 Z + \beta_5 Z^2 \quad (2.28)$$

$$\text{— S 4:} \quad S_1 = \beta_1 + \beta_2 Z \quad (2.29)$$

Współczynniki  $\beta_i$  obliczamy w sposób analogiczny jak  $\alpha_i$  przy zadaniu warunków brzegowych podobnie jak dla temperatury (2.4—2.9), w których występują parametry  $S_O$ ,  $S_C$ ,  $S_K$ ,  $S_H$ ,  $H_C^*$ ,  $H_K^*$  przedstawiające kolejno: zasolenie na powierzchni, na górnej warstwie skoku zasolenia, zasolenie na dolnej granicy skoku gęstości, zasolenie na dnie akwenu, głębokość warstwy jednorodnej, głębokość dolnej granicy skoku gęstości.

Reasumując, można stwierdzić, że określając na podstawie danych eksperymentalnych (obserwacji) parametry wejściowe  $T_O$ ,  $T_C$ ,  $T_K$ ,  $T_H$ ,  $H_C$ ,  $H_K$ ,  $S_O$ ,  $S_C$ ,  $S_K$ ,  $S_H$ ,  $H_C^*$ ,  $H_K^*$  oraz wykorzystując warunki brzegowe (2.4—2.9), otrzymamy analityczne profile pionowe temperatury i zasolenia zgodnie z wybranym modelem temperatury T 1 — T 4 i zasolenia S 1 — S 4.



## 3. MODEL GĘSTOŚCI

Gęstość obliczano na podstawie temperatury i zasolenia, stosując funkcję stanu Mamajewa [9]

$$\rho = C_0 + C_1T + C_2T^2 + C_3S + C_4ST \quad (3.1)$$

gdzie:

$$C_0 = 1,000082$$

$$C_2 = -4,69 \times 10^{-6}$$

$$C_1 = -3,5 \times 10^{-5}$$

$$C_3 = 8,02 \times 10^{-4}$$

$$C_4 = -2 \times 10^{-6}$$

Temperatura wody w Morzu Bałtyckim w sierpniu zmienia się w zakresie od 2—3° do 17—18°, a maksymalny zakres zmian zasolenia wynosi od 2—3‰ do 26—17‰. Zbadajmy, jaką rolę odgrywa oddzielnie temperatura i zasolenie w formowaniu pola gęstości. Ryc. 2a i b ilustruje zależność gęstości od temperatury zasolenia. Natomiast na ryc. 3a

Ryc. 2. Zależność gęstości umownej  $\sigma_t$  od zasolenia (a) (liczby na liniach oznaczają zasolenie w ‰) i od temperatury (b) (liczby na liniach oznaczają temperaturę w °C)

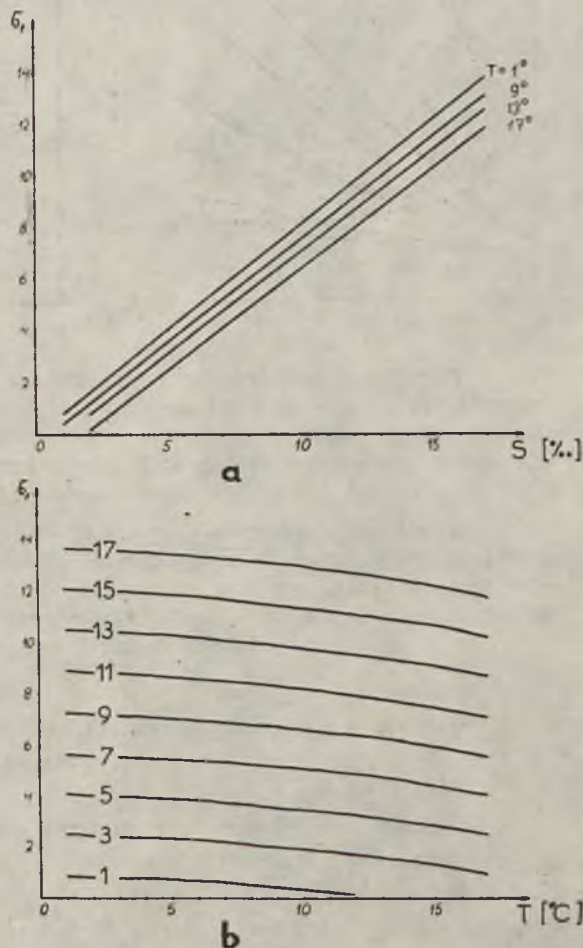
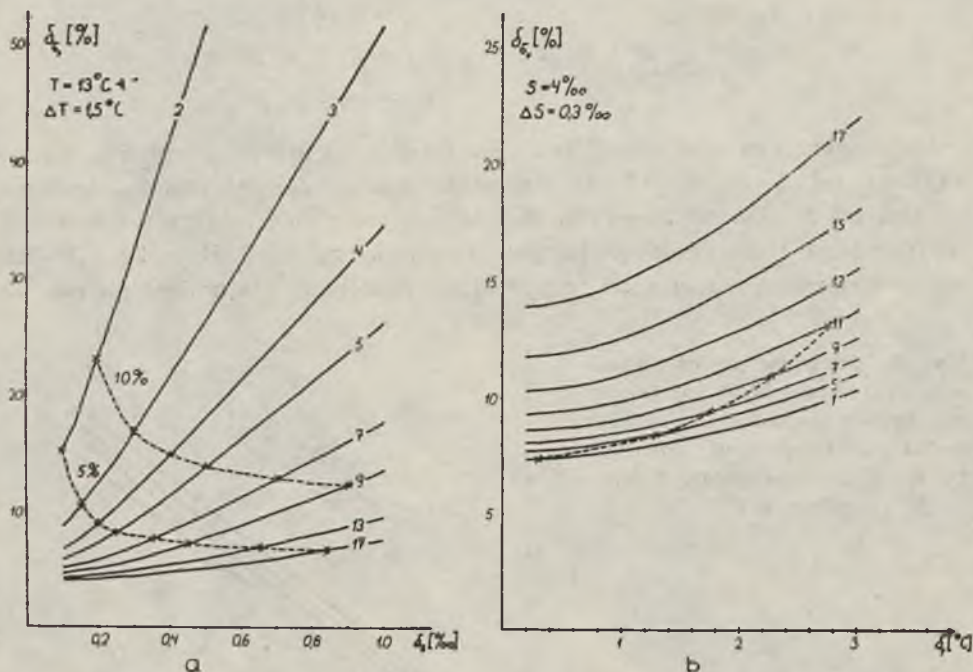


Fig. 2. Dependence of density on salinity (a) (numbers on lines indicate salinity in ‰) and on temperature (b) (numbers on lines indicate temperature in °C)

i b przedstawiono zależności błędów w obliczeniach gęstości od wielkości błędów powstałych w wyniku aproksymacji temperatury i zasolenia. Analiza rysunków wykazuje, że w badanym zakresie zmian temperatury i zasolenia decydującą rolę w formowaniu gęstości odgrywa zasolenie. Nawet znaczne błędy powstałe przy aproksymacji temperatury rzędu 20–25‰ nie wpływają na wzrost błędów w ocenie gęstości.



Ryc. 3. Zależność błędów aproksymacji gęstości od błędów aproksymacji zasolenia i temperatury: a — linią przerywaną zaznaczono granice 5% i 10% błędów dla zasolenia, linie ciągłe odpowiadają stałym zasoleniom od 2 do 17‰, b — linią przerywaną zaznaczono granice 25% błędów temperatury, linie ciągłe odpowiadają stałym temperaturom od 1 do 17°C

Fig. 3. Dependence of density approximation error on salinity and on temperature approximation errors: a — dashed lines indicate 5% and 10% errors of salinity, solid lines indicate constant values of salinity changing from 2 to 17‰, b — dashed lines indicate 25% errors of temperature, solid lines indicate constant values of temperature changing from 1 to 17°C

#### 4. METODYKA PRZYGOTOWANIA PÓL TEMPERATURY, ZASOLENIA I GĘSTOŚCI

Podstawowym elementem metody parametryzacji jest trafny wybór parametrów wejściowych modelu temperatury  $T_O$ ,  $T_C$ ,  $T_K$ ,  $T_H$ ,  $H_C$ ,  $H_K$  i zasolenia  $S_O$ ,  $S_C$ ,  $S_K$ ,  $S_H$ ,  $H_C^*$ ,  $H_K^*$ . W naszych rozważaniach zastosowano następującą drogę oceny tych parametrów:



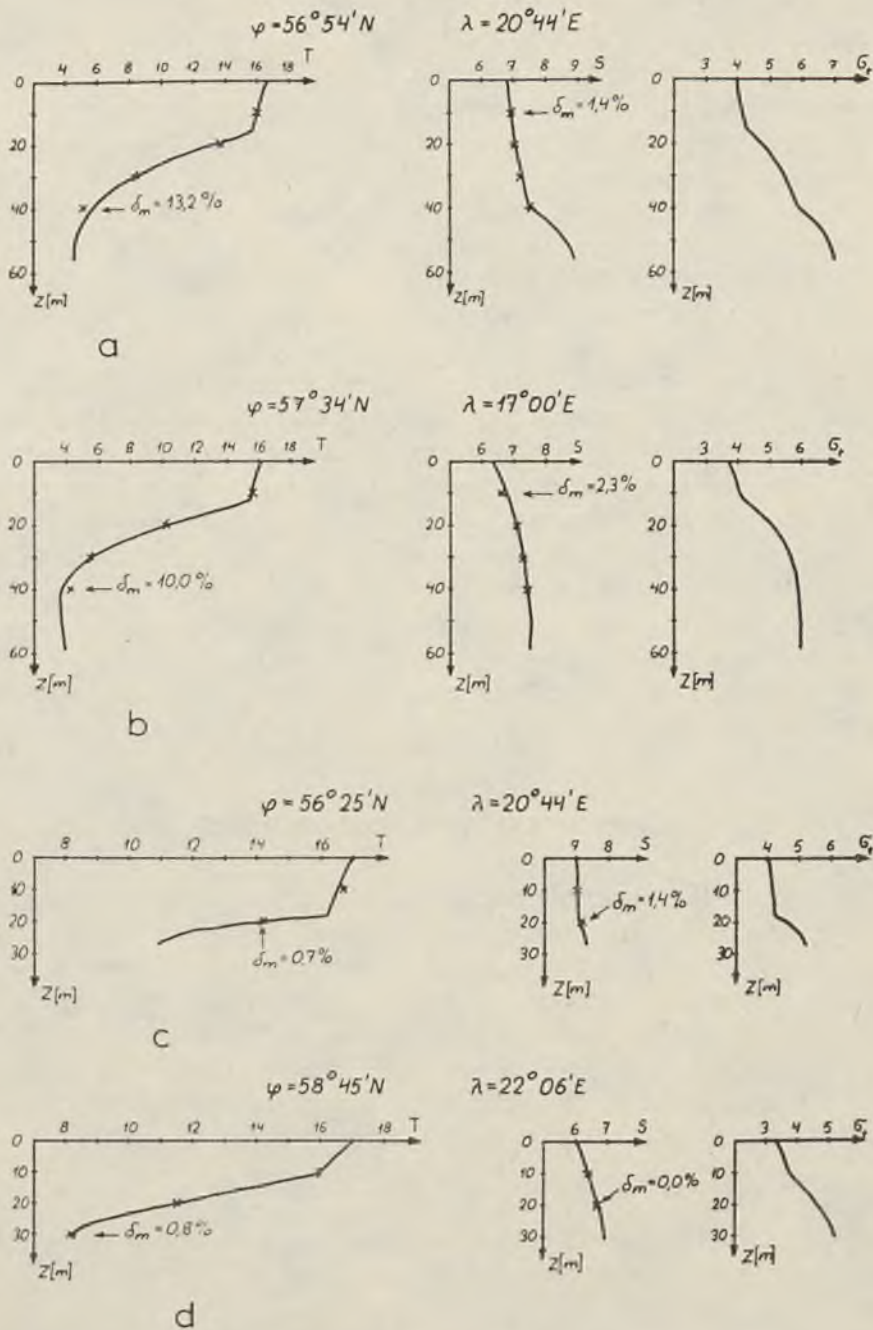
- Na podstawie danych eksperymentalnych z atlasów zasolenia i temperatury [1, 7] w każdym węźle siatki numerycznej określono temperaturę i zasolenie na powierzchni i na dnie.
- Wykorzystując mapy temperatury i zasolenia na głębokości 0, 10, 20, 30, 40, 60, 80, 100 m i na dnie, konstruowano profile pionowe temperatury i zasolenia.
- Według przygotowanych profili w zależności od głębokości dokonywano wyboru jednego z modeli temperatury i zasolenia oraz oceniano niezbędne parametry wejściowe.
- Wykonano obliczenia współczynników  $\alpha_1$  i  $\beta_1$  oraz rozkładów pionowych temperatury i zasolenia. Porównywano wyniki obliczeń z danymi pomiarowymi i w przypadku znacznych różnic w przebiegu obliczonych rozkładów pionowych dokonywano korekty w ocenie parametrów wejściowych lub wybierano inny model temperatury czy zasolenia.
- Wyniki obliczeń temperatury uważano za poprawne, gdy różnice w stosunku do danych obserwacji nie przekraczały 25% wartości temperatury na tej głębokości.
- Wyniki obliczeń zasolenia uważano za poprawne, gdy różnice w stosunku do danych obserwacji nie przekraczały 5—8%.
- Na podstawie obliczonych wartości temperatury i zasolenia obliczano gęstości wg wzoru (3.1).

## 5. OMÓWIENIE WYNIKÓW OBLICZEŃ

W wyniku zastosowania metody parametryzacji zbudowano w każdym węźle siatki numerycznej opisane analitycznie rozkłady pionowe temperatury, zasolenia i umownej gęstości  $\sigma_t$ . Przykładowe rezultaty obliczeń rozkładów ilustrują ryc. 4 i 5, na których krzyżykami zaznaczono dane eksperymentalne z atlasów zasolenia i temperatury [1, 7] oraz podano maksymalne błędy powstałe przy aproksymacji tych wielkości. Dla ilustracji rozkładu przestrzennego przedstawiono pola  $T$ ,  $S$ ,  $\sigma_t$  na głębokościach 10 i 30 m (ryc. 6—11). Ryc. 12 ilustruje rozkład znaków gradientów poziomych gęstości  $\frac{\partial \sigma_t}{\partial x}$ ;  $\frac{\partial \sigma_t}{\partial y}$  w obszarze Bałtyku. Rozkład zmian znaków gradientów w obszarze charakteryzuje gładkość obliczonego pola gęstości, co ma duże znaczenie w modelach cyrkulacji\*.

Obliczone pola temperatury i zasolenia na głębokościach 10 m i 30 m (ryc. 6—9) wykazują zbliżony rozkład obu wielkości w stosunku do da-

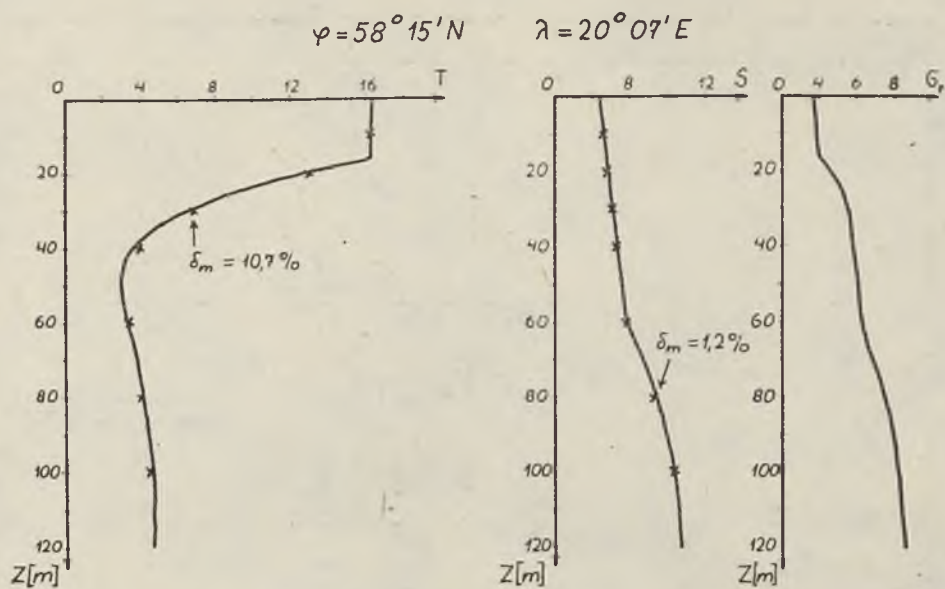
\* Wykonane obliczenie zmian znaku gradientów poziomych gęstości w celu dodatkowej oceny gładkości pola gęstości zaproponował autorom dr A. Staśkiewicz z IMGW w Gdyni.



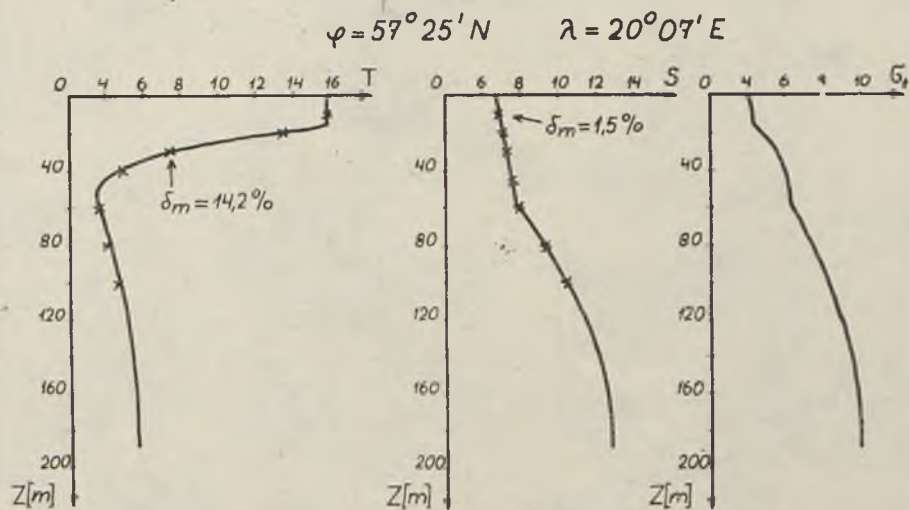
Ryc. 4. Rozkłady pionowe temperatury, zasolenia i gęstości wody w obszarach płytkowodnych (krzyżykami zaznaczono wartości temperatury i zasolenia z atlasu [1, 7])

Fig. 4. Vertical distribution of temperature, salinity and density for shallow zones (cross-points indicate values from [1, 7])





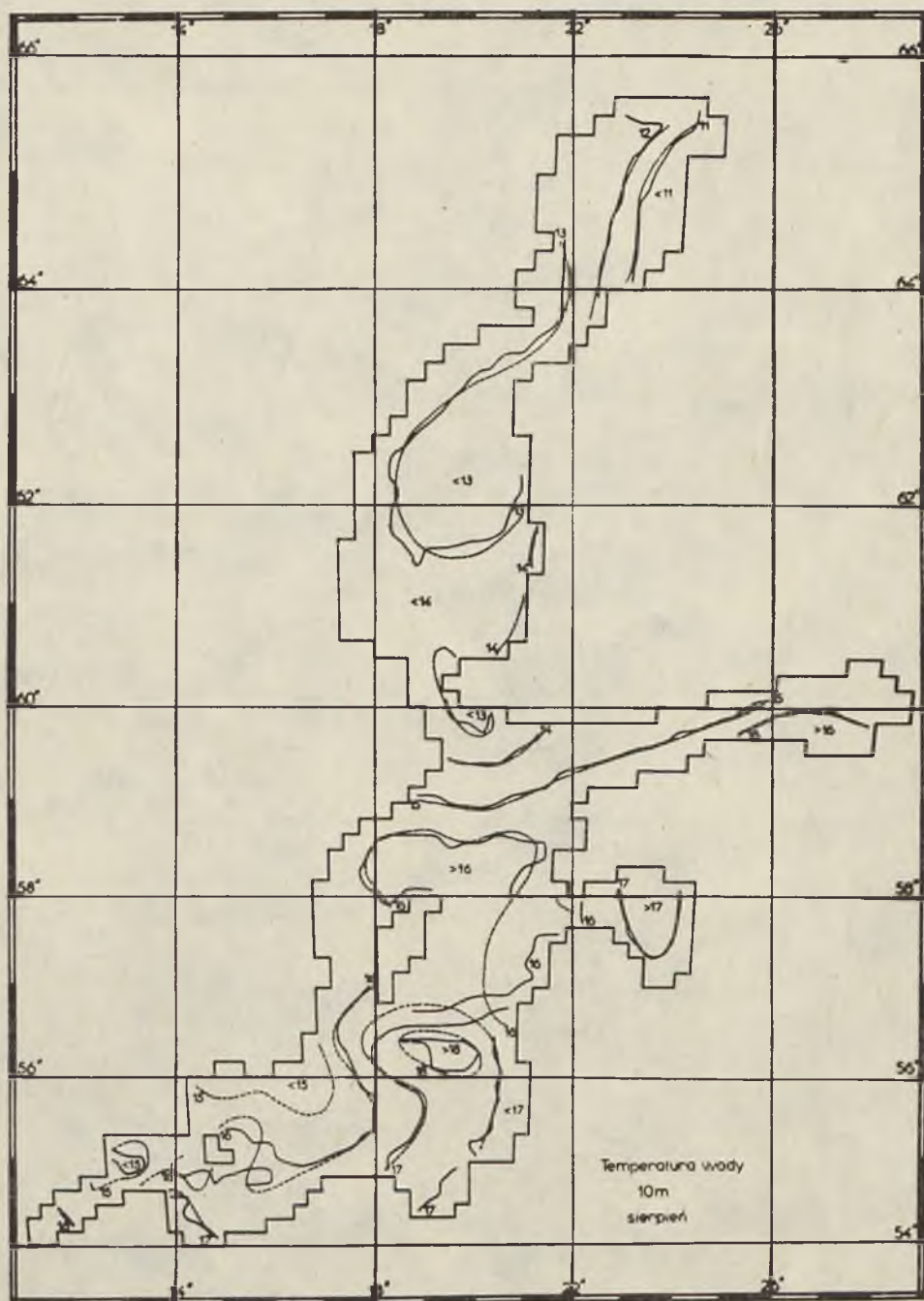
a



b

Ryc. 5. Rozkłady pionowe temperatury, zasolenia i gęstości wody w obszarach głębokowodnych (krzyżkami zaznaczono wartości temperatury i zasolenia z atlasu [1, 7])

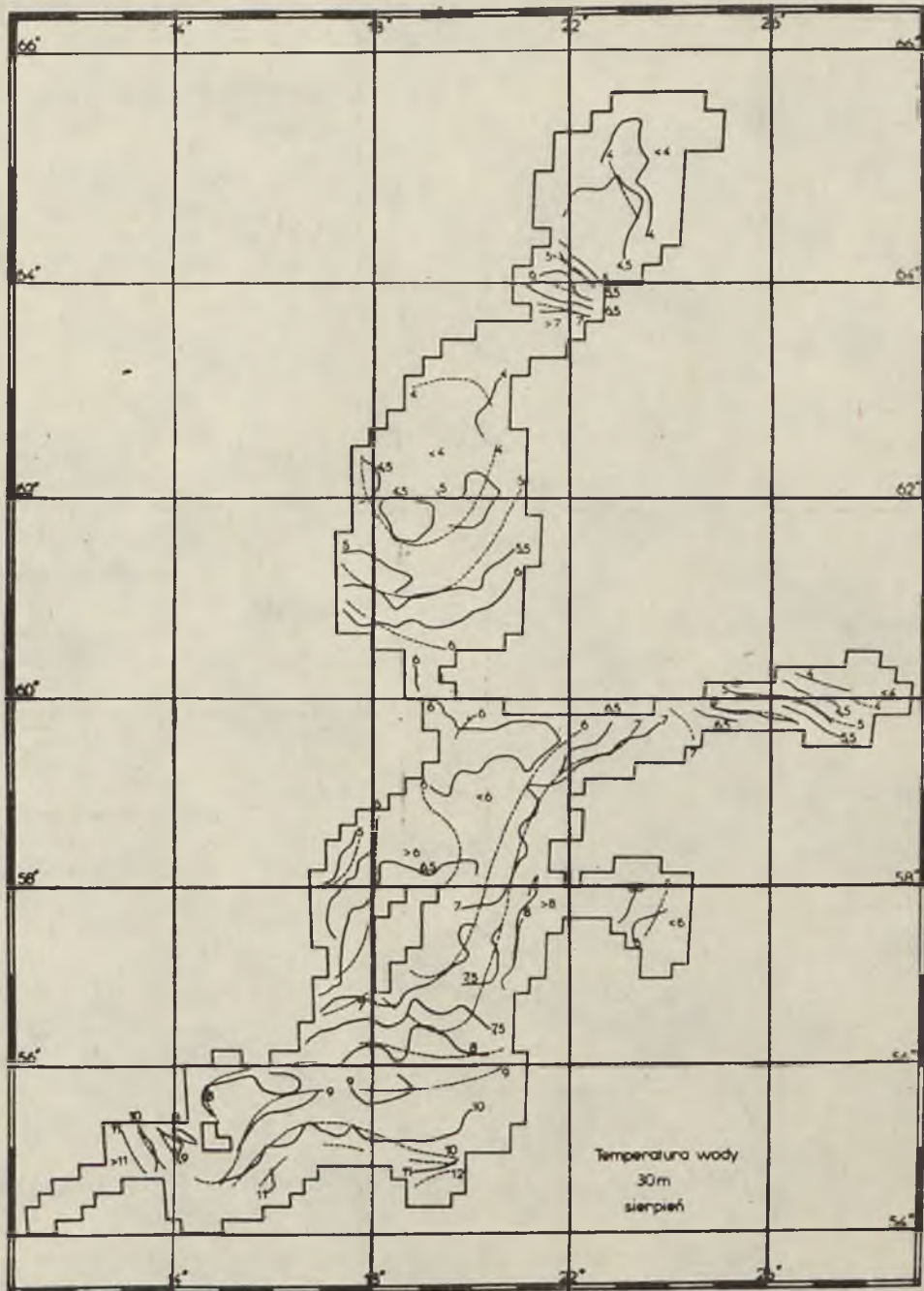
Fig. 5. Vertical distribution of temperature, salinity and density for deep zones (cross-points indicate values from [1, 7])



Ryc. 6. Pole temperatury ( $^{\circ}\text{C}$ ) w sierpniu na głębokości 10 m (liniami przerywanymi zaznaczono dane z atlasu [7])

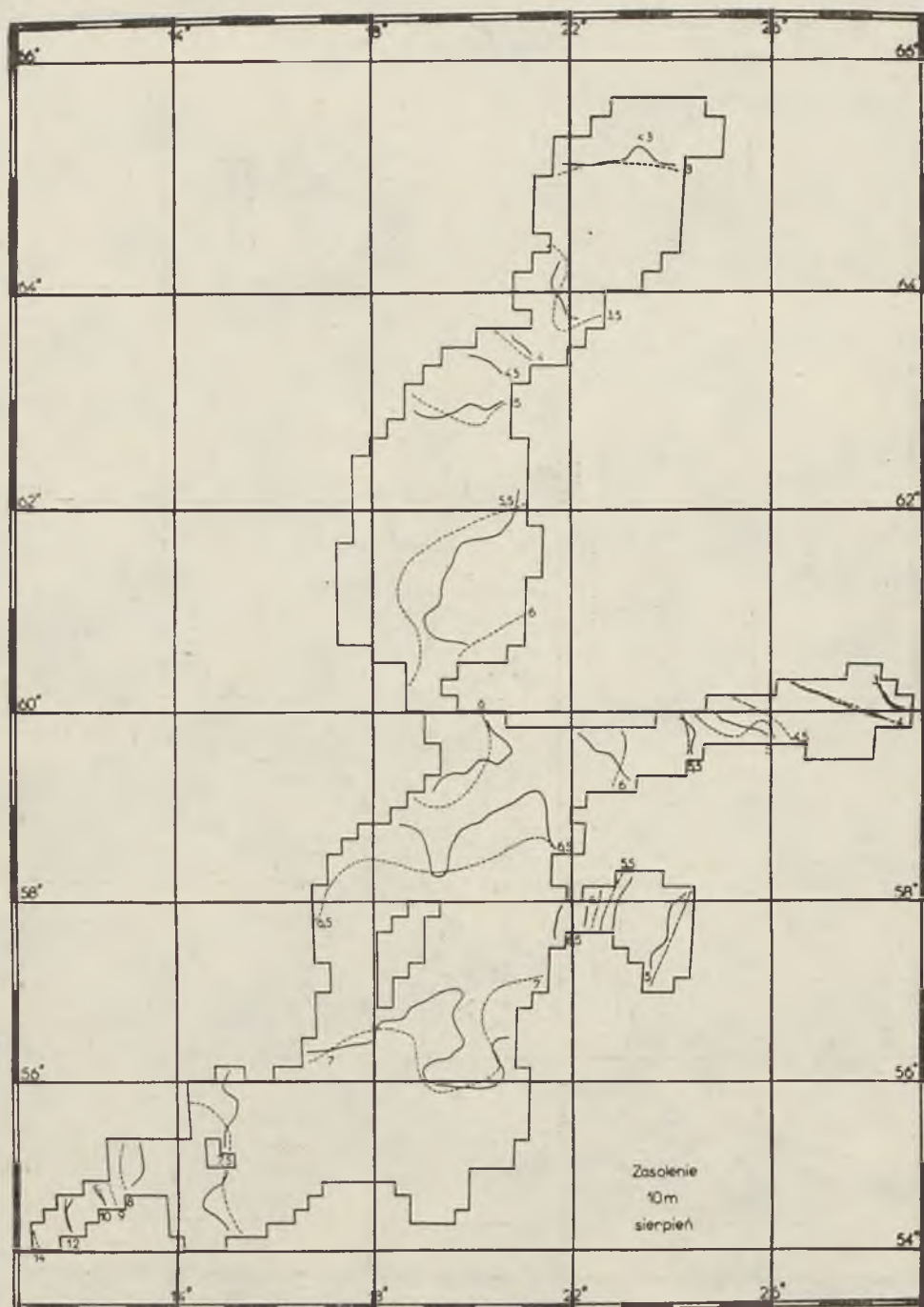
Fig. 6. Temperature field ( $^{\circ}\text{C}$ ) on depth 10 m for in August (dashed lines indicate experimental values from [7])





Ryc. 7. Pole temperatury ( $^{\circ}\text{C}$ ) w sierpniu na głębokości 30 m (liniami przerywanymi zaznaczono dane z atlasu [7])

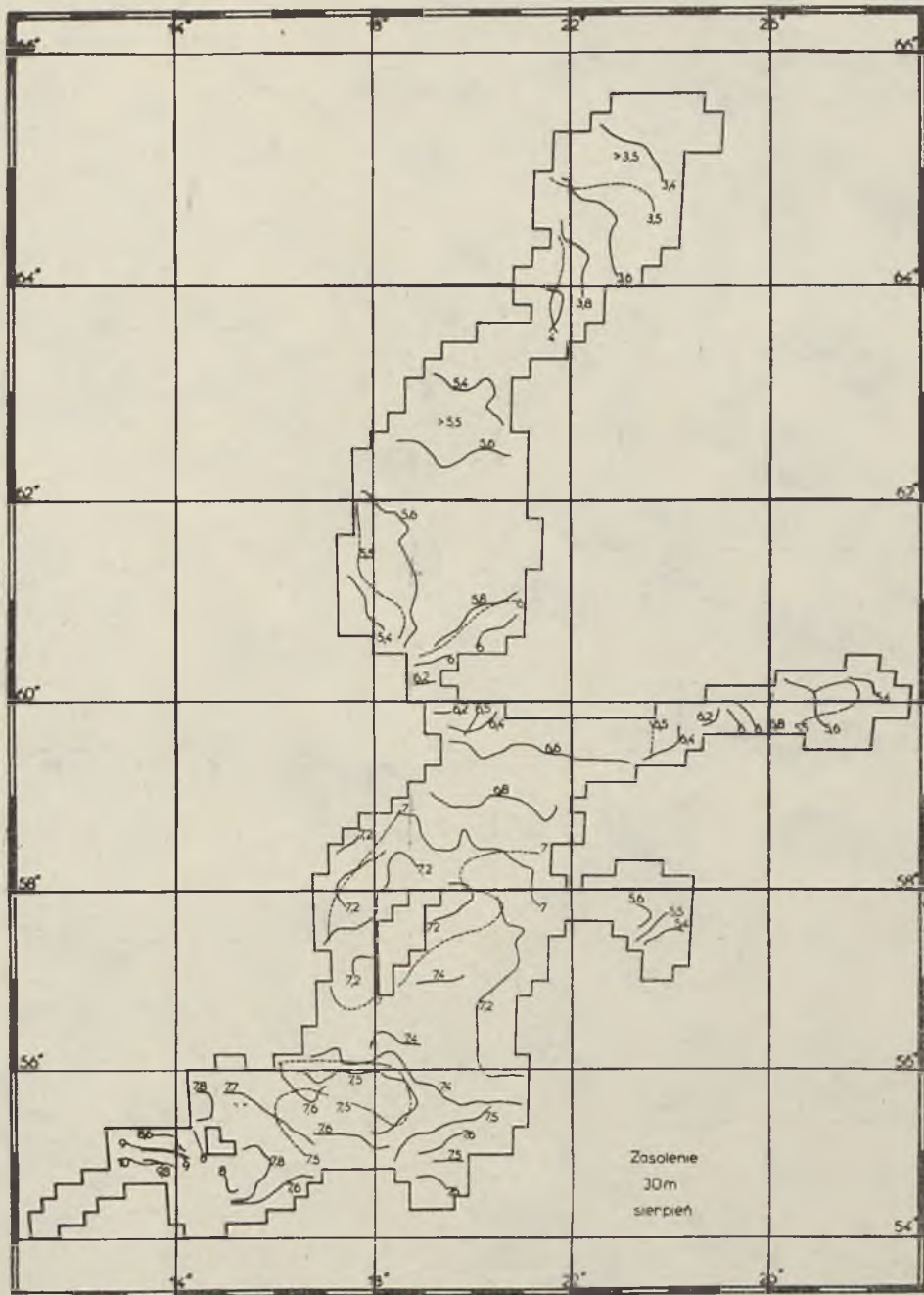
Fig. 7. Temperature field ( $^{\circ}\text{C}$ ) on depth 30 m in August (dashed lines indicate experimental values from [7])



Ryc. 8. Pole zasolenia (‰) w sierpniu na głębokości 10 m (liniami przerywanymi zaznaczono dane z atlasu [1])

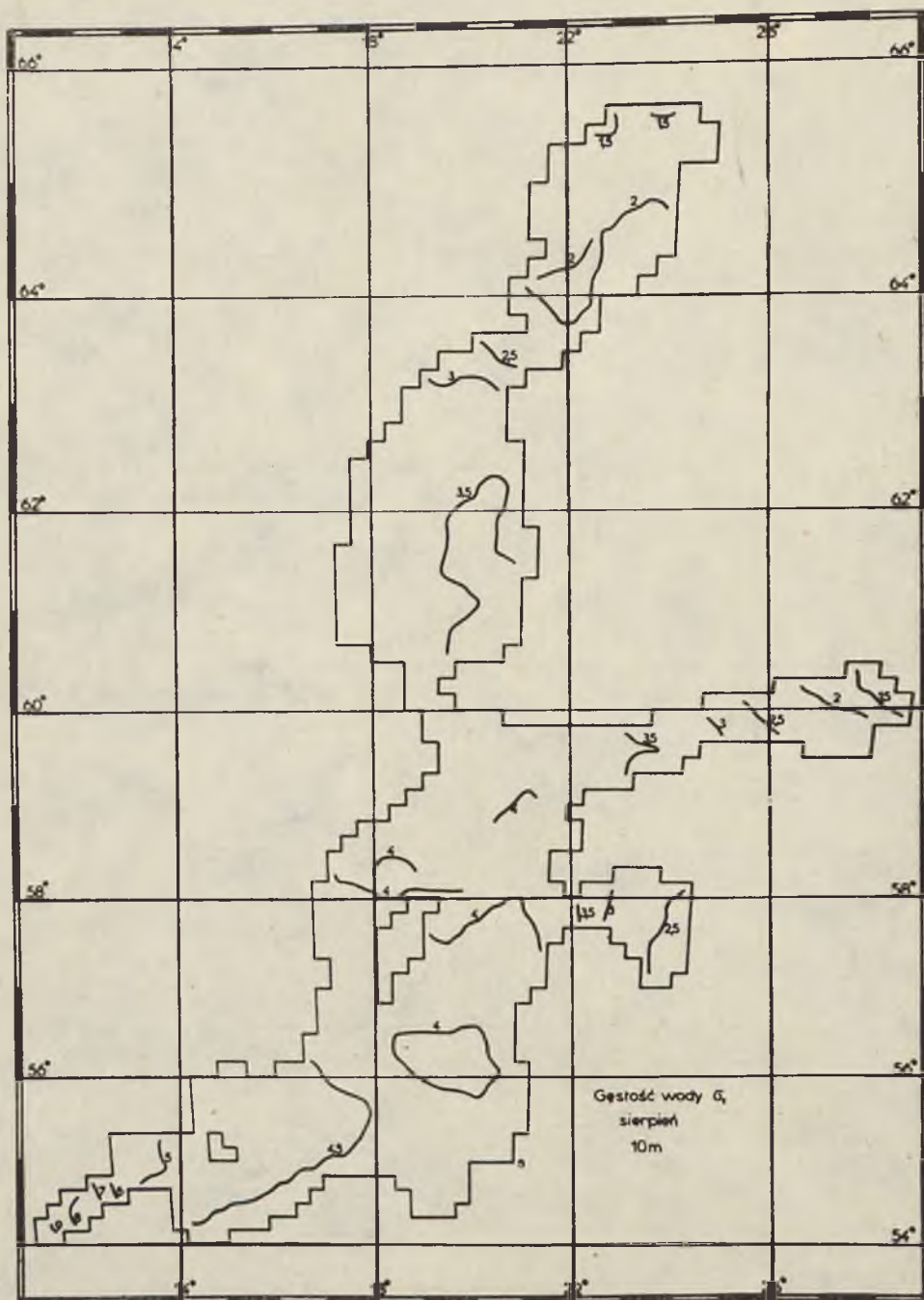
Fig. 8. Salinity field (‰) on depth 10 m in August (dashed lines indicate experimental values from [1])





Ryc. 9. Pole zasolenia (‰) w sierpniu na głębokości 30 m (liniami przerywanymi zaznaczono dane z atlasu [1])

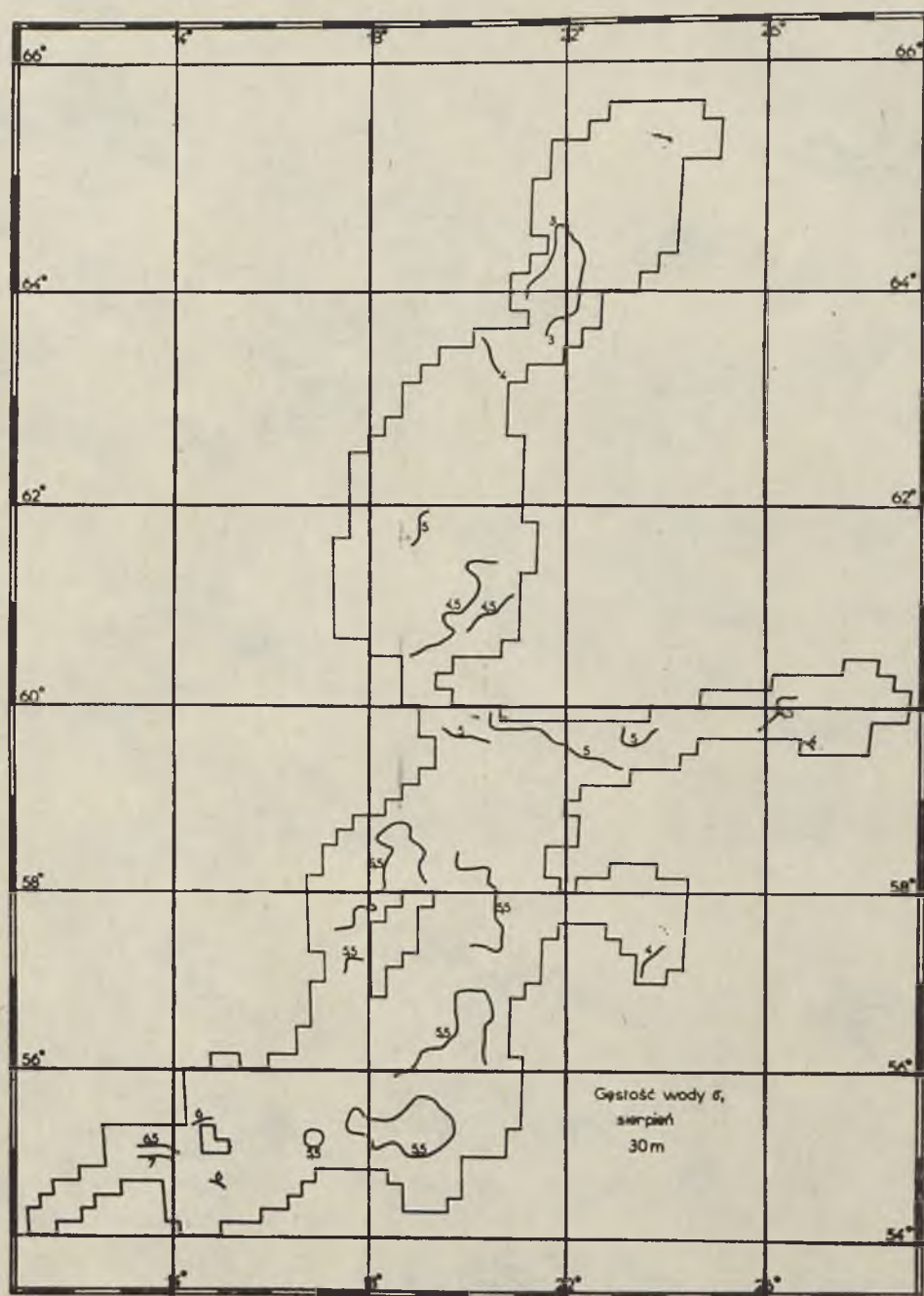
Fig. 9. Salinity field (‰) on depth 30 m in August (dashed lines indicate experimental values from [1])



Ryc. 10. Pole gęstości umownej w sierpniu na głębokości 10 m

Fig. 10. Density field on depth 10 m in August





Ryc. 11. Pole gęstości umownej w sierpniu na głębokości 30 m

Fig. 11. Density field on depth 30 m in August



Ryc. 12. Rozkład znaków gradientów poziomych gęstości na obszarze Bałtyku na głębokości 10 m i 30 m  
Fig. 12. Distribution of signs of horizontal density gradient in the Baltic Sea on depth 10 m and 30 m



nych pomiarowych. Wskazuje to na fakt, że mimo rozważania wyłącznie pionowej struktury pól temperatury i zasolenia metoda parametryzacji nie powoduje zniekształcenia w rozkładach poziomych tych wielkości.

Analiza rezultatów obliczeń wskazuje, że metoda parametryzacji umożliwia aproksymację temperatury, zasolenia i gęstości z dostateczną dla modeli cyrkulacji dokładnością. Błędy aproksymacji temperatury nie przekraczały 25%, zasolenie 5—8%, co powoduje, że błędy aproksymacji gęstości nie przekraczają 5—10%. Wymienione błędy aproksymacji można zmniejszyć, stosując pełniejszy materiał obserwacyjny oraz wykorzystując przy ocenie parametrów wejściowych modeli inne metody aproksymacji, np. metodę najmniejszych kwadratów.

Przedstawiona metoda parametryzacji omawia zastosowanie wielomianów argumentu „z” do aproksymacji pionowych rozkładów temperatury i zasolenia. Przydatność jej sprawdzono dla średnich wieloletnich danych odnośnie do temperatury i zasolenia. Oczywisty wydaje się fakt, że w przypadku złożonych profili eksperymentalnych wybrane funkcje modelowe mogą nie opisać dokładnie struktury pionowej temperatury i zasolenia. Wówczas można, w charakterze funkcji modelowych, wybrać inne funkcje, jak np. funkcje wykładnicze, kombinacje wielomianów i funkcji wykładniczych czy funkcje postaci:

$$f(z) = \left( \sum_{k=1}^N \alpha_k z^{k-1} \right)^{-1} \quad (5.1)$$

Zastosowanie wymienionych funkcji do aproksymacji struktury pionowej temperatury i zasolenia omówiono w teoretycznym opracowaniu [Wasilew, 1968].

## 6. UWAGI KOŃCOWE

Wyniki zastosowania metody parametryzacji rozkładów pionowych temperatury i zasolenia do budowania pola gęstości pozwalają wnioskować o zaletach stosowanej metody:

- umożliwia ona otrzymanie analitycznej zależności temperatury, zasolenia i gęstości od współrzędnej pionowej „z”,
- umożliwia aproksymację pól zasolenia i gęstości z błędami nie przekraczającymi 10%. Błędy przy aproksymacji temperatury są większe (rzędu 20—25%), ale temperatura odgrywa znikomą rolę w formowaniu gęstości,
- pozwala na podstawie ograniczonej ilości danych eksperymentalnych i z wykorzystaniem fizycznych warunków brzegowych na zbudowanie modelowych (poprawnych w sensie fizycznym) pól temperatury, zasolenia i gęstości,

— otrzymane pola temperatury, zasolenia i gęstości są dostatecznie gładkie w pionie i poziomie. Te własności mają ogromne znaczenie w modelach cyrkulacji wód.

Autorzy dziękują Panu doc. dr. hab. Zygmuntowi Kowalikowi z Instytutu Meteorologii i Gospodarki Wodnej za cenne uwagi i okazane zainteresowanie w czasie przygotowania pracy.



ANDRZEJ JANKOWSKI  
SABINA TARANOWSKA

Polish Academy of Sciences  
Institute of Oceanology — Sopot

## THE APPLICATION OF A PARAMETRIC METHOD FOR THE VERTICAL DISTRIBUTION OF TEMPERATURE AND SALINITY TO DETERMINE FIELDS OF THE SEA WATER DENSITY

### Summary

A knowledge of the water density is essential in investigations of dynamic processes taking place in the sea. Experimental measurements in situ (survey cruises, observations stations etc.), supply material which is unevenly distributed in time and space. Such information may prove insufficient for many marine dynamics problems. For example, in circulation models, full spatial fields of density should be known.

By applying such approximate methods as: models of density, temperature and salinity, it is possible to obtain a full spatial image of temperature, salinity and density fields, from a relatively small quantity of experimental material.

This paper discusses the application of methods of modelling vertical distributions of temperature and salinity to determine the field of density of the water in the Baltic. This is to serve model studies of steady wind circulation in August. The Baltic has a complex vertical temperature and salinity structure (Fig. 1), therefore a parametric method for vertical distributions for a multi-layer sea, after Felzenbaum's (1974) idea, has been applied in this paper.

Four temperature (2.1—2.3, 2.15—2.20) and four salinity (2.21—2.29) models have been considered. The vertical structure of temperature and salinity has been approximated by means of polynomials of the „z” argument. The polynomial coefficients have been calculated from experimental data, using boundary conditions at sea surface (2.4), at sea bottom (2.8—2.9) and interfaces (2.5—2.7). The methods of preparing the input parameters for calculations of vertical temperature and salinity profiles have been discussed. The water density has been calculated by means of the Mamayev formula (3.1). The effect of temperature and salinity on density (Fig. 2a and 2b), and the errors of approximation of temperature and salinity on the density approximation error, have been investigated (Fig. 3a and 3b).

Figs. 4 and 5 illustrate the results of calculations of the vertical structure of temperature, salinity and density for selected points. Exemplary fields of temperature, salinity and density at depths of 10 and 30 m, are presented in Figs. 6—11. Comparison of results of calculations with experimental data indicates that although the parametric method considers only the vertical structure of temperature, salinity and density, it does not cause distortion of their horizontal distribution. Maximum errors in temperature approximation did not exceed 25%,

and in salinity 5–8‰, thus those in density calculations were of the order of 5–10‰. The fields of density obtained were sufficiently smooth horizontally (Fig. 12), which is essential in numerical models of circulation.

The results of investigations indicated the advantages and suitability of the parametric method for the vertical distribution of temperature and salinity when determining the field of density in the Baltic.

## LITERATURA

## REFERENCES

1. Bock K. H., *Monatskarten des Salzgehaltes des Ostsee dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte*, Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg 1971.
2. Defant A. I., *Entstehung und Erhaltung der troposphärischen Sprungschicht*, Zeit. für Geoph., Bd. XII, 1936, nr 7/8.
3. Felzenbaum A. I., *Gidrodinamiczeskije modeli nieodnorodnogo okieana ili moria*, [w:] *Problemy teorii wietrowych i tiermogalinnych tieczienij*, Izd. MGI AN SSSR, Sewastopol 1968.
4. Felzenbaum A. I., *Ob odnom mietodie rasczota polej skorosti tieczienij, tiempieratury i solenosti w okieanie*, Dokład. AN SSSR, t. 217, 1974, nr 1, 79–82.
5. Kowalik Z., Staśkiewicz A., *Diagnostic model of the circulation in the Baltic Sea*, Deutsche Hydrogr. Zeit., Bd. 29, 1976, heft 6.
6. Kozłowski W. F., *Primienienije odnoparamietriczeskich modielej plotnosti k issledowaniju tiermogalinnoj cyrkulacji w okieanie koniecznoj glubiny*, Izw. AN SSSR, Fizika Amosfiery i Okieana, t. 4, 1968, nr 6.
7. Lenz W., *Monatskarten der Temperatur der Ostsee dargestellt für verschiedene Tiefenhorizonte*, Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg 1971.
8. Liniejkina P. S., *O nulewoj powierchnosti i glubokowodnych tieczienijach siewiernoj czasti Atlanticzeskogo Okieana*, Izw. AN SSSR, sier. gieofiz., 1962, nr 6.
9. Mamajew O. I., *T, S — Analiz wod Mirowego okieana*, Gidromietieorologičeskoje Izd., Leningrad 1970.
10. Reid R. O., *A model of the vertical structure of mass in equatorial wind-driven currents of a baroclinic ocean*, Journal of Research, vol. 7, 1948, nr 3.
11. Sarkisjan A. S., *Osnowy teorii i rasczot okieaniczeskich tieczienij*, Gidromietieoizdat, Leningrad 1966.
12. Staśkiewicz A., *Diagnosticzeskije rasczoty cyrkulacij w baroklinnych basiejnach*, Institut Okieanologii AN SSSR, Moskwa 1974 (praca doktorska — maszynopis).
13. Wasilew A. S., *O primienienii modielej plotnosti, tiempieratury i solenosti w teorii okieaniczeskich tieczienij*, [w:] *Problemy teorii wietrowych i tiermogalinnych tieczienij*, Izd., MGI, SSSR, Sewastopol 1968.