

STANISŁAW MASSEL
Polska Akademia Nauk
Instytut Budownictwa Wodnego — Gdańsk

KINEMATYCZNE CHARAKTERYSTYKI FALOWANIA WIATROWEGO

Treść: Wstęp 69; Falowe i turbulентne składniki ruchu w przypowierzchniowej warstwie morza 70; Struktura widm składowych prędkości orbitalnej 72; Wpływ turbulencji na prędkości orbitalne (u) i (w) fali monochromatycznej 78; Funkcje gęstości widmowej dla składowych (u) i (w) prędkości orbitalnej przy uwzględnieniu wpływu turbulencji 82; Podsumowanie 87; Summary 89; Literatura 90.

Wstęp

Morze i leżąca nad nim atmosfera powiązane są długim szeregiem wzajemnych uwarunkowań. Do najważniejszych z nich należy niewątpliwie wzajemna wymiana pędu i energii przez powierzchnię rozdziału. Na powierzchni tej prowadzi ona do powstania intensywnego falowania, które dzięki właściwości ciągłości ośrodka przenika w głąb morza.

Intensywne badania prowadzone w ciągu ostatnich dwudziestu lat poszerzyły znacznie naszą wiedzę przede wszystkim o dynamice samej powierzchni morza. Statystyczne i widmowe teorie falowania wiatrowego z dość dobrym przybliżeniem opisują najważniejsze parametry tej powierzchni. Opierają się one na liniowych teoriach falowania regularnego; niemniej, szczególnie dla dużych głębokości morza, to przybliżenie okazuje się wystarczające dla poprawnego opisu wahań powierzchni swobodnej.

Kinematyczne charakterystyki ruchu w górnej warstwie morza poznano o wiele mniej dokładnie. Przyczyna takiego stanu rzeczy tkwi przede wszystkim w braku dostatecznie obszernego materiału doświadczalnego. W dziedzinie teorii przyjmuje się więc powszechnie, że również dla charakterystyk kinematycznych liniowe teorie fal potencjalnych dobrze opisują rzeczywistość.

Precyzyjniejsze badania ostatnich lat wykazały jednak, że pogląd

ten wymaga rewizji. Nieliniowe efekty ruchu uwidaczniają się dla charakterystyk kinematycznych znacznie silniej niż dla drgań swobodnej powierzchni; teorie liniowe stanowią więc dla nich tylko przybliżenie, dość odległe zresztą od rzeczywistości.

W niniejszej pracy, głównie w jej pierwszej części, omówiono podstawowe rezultaty liniowej teorii falowania wiatrowego w odniesieniu do charakterystyk kinematycznych ruchu. Na podstawie opublikowanych danych pomiarowych wskazano zasadnicze rozbieżności między wynikami teoretycznymi i pomiarami. W drugiej części pracy rozpatrzono ewentualne przyczyny powstania tych rozbieżności. Szczególną uwagę zwrócono przy tym na ocenę wpływu turbulencji na ruch falowy.

FALOWE I TURBULENTNE SKŁADNIKI RUCHU W PRZYPOWIERZCHNIOWEJ WARSTWIE MORZA

W rezultacie działania turbulentnego wiatru na powierzchnię morza powstaje w nim złożony ruch cząstek cieczy, szczególnie intensywny w sąsiedztwie granicy rozdziału atmosfera — morze.

Jeżeli założymy, że ruch wywołany jest wyłącznie wiatrem, to możemy wyróżnić w górnej warstwie morza następujące jego elementy:

— pewne przemieszczanie się mas wodnych w kierunku przeważających wiatrów (prądy),

— prawie „uporządkowane” ruchy orbitalne związane z przenikaniem falowania w głąb morza,

— składniki czysto turbulentne, o różnej skali turbulencji.

Miernik prędkości, o dostatecznej czułości w szerokim pasmie częstotliwości, umieszczony na pewnej głębokości (z) mierzy sumę owych składników. Pierwszoplanowym zagadnieniem staje się więc ich rozdzielanie i zbadanie udziału każdego z nich w sumarycznym ruchu.

Pierwszy składnik — prądy — jest zjawiskiem o skali znacznie większej aniżeli dwa pozostałe (należą one bowiem do tzw. mezoskali, podczas gdy ruch falowy i turbulencja są zjawiskami mikroskalowymi). Dla rozpatrywanego pomiaru prądy stanowią pewne tło, stosunkowo łatwo dające się wydzielić chociażby z pomocą pomiaru różnego typu prądomierzami. W dalszym ciągu więc tą składową ruchu nie będziemy się szerzej zajmowali.

Znacznie trudniejszym zagadnieniem jest rozdzielanie składowych czysto falowych i czysto turbulentnych ruchu. Możemy ogólnie powiedzieć, że każda ze zmierzonych prędkości jest sumą dwóch fluktuacji, czyli:

$$u = u_f + u_t; \quad v = v_f + v_t; \quad w = w_f + w_t, \quad (1.1)$$

gdzie: u, v — poziome składowe ruchu, zgodne odpowiednio z osią x i y ,
 w — składowa pionowa ruchu. Dodajmy, że początek prostokątnego układu współrzędnych (x, y, z) leży na powierzchni morza w spokoju; oś z jest skierowana w głąb morza.

Znaczkami f oznaczono składniki falowe ruchu, znaczkami t zaś — turbulentne.

Równanie bilansu energii fluktuacji w górnej warstwie ma postać następującą (dla ruchu płaskiego w płaszczyźnie $o x z$):

$$-\overline{u' \cdot w'} \cdot \frac{dU}{dz} - \frac{d}{dz} \overline{b' \cdot w'} = \varepsilon, \quad (1.2)$$

gdzie: U — średnia prędkość przemieszczenia się mas wodnych, np. prądów, ε — prędkość dyssypacji energii.

$$\varepsilon = \nu \cdot \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right], \quad (1.3)$$

$$b' = \frac{1}{2} (u^2 + w^2). \quad (1.4)$$

Wykorzystajmy obecnie równanie (1.1), przy czym składniki falowe winny spełniać następujące warunki:

$$u_f = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad w_f = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (1.5)$$

gdzie:

$$\Delta^2 \varphi = 0, \quad (1.6)$$

na powierzchni swobodnej ($z=0$):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= \frac{\partial \zeta}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

na nieskończonej głębokości ($z \rightarrow \infty$):

$$\varphi \rightarrow 0. \quad (1.8)$$

Przez ζ oznaczono wzniesienie swobodnej powierzchni.

Zauważmy, że układ równań (1.5—1.6) wraz z warunkami (1.7—1.8) wyraża ruch potencjalny w całym obszarze. Jest to, jak to już zaznaczyliśmy poprzednio, zgodne z powszechnie panującymi w oceanologii poglądami o tym, że teoria potencjalnych fal powierzchniowych dostatecznie dokładnie opisuje ruch falowy. Uwzględnienie nieliniowych warunków brzegowych, jak to ma miejsce w teorii fal skończonej amplitudy, prowadzi jedynie do uściślenia kinematyki ruchu; nie zmienia natomiast potencjonalnego charakteru ruchu.

Wprowadzenie sił molekularnej lepkości daje w efekcie ruch wirowy, skupiony jednakże tylko w bardzo wąskiej, przypowierzchniowej warstwie.

Podstawmy więc (1.1) do (1.2); po przekształceniach otrzymamy:

$$-\overline{u_t \cdot w_t} \cdot \frac{dU}{dz} - \frac{d}{dz} \overline{b_t w_t} - \varepsilon_t = \varepsilon_f + \varepsilon_{ft} + \frac{d}{dz} \overline{(b \cdot w)_{ft}} + \tau_{tf}^* \cdot \frac{dU}{dz}, \quad (1.9)$$

gdzie:

$$\tau_{ft}^* = \overline{u_f \cdot w_t} + \overline{w_f \cdot u_t}, \quad (1.10)$$

$$\overline{(b \cdot w)_{ft}} = \overline{b_t \cdot w_f} + \overline{b_f \cdot w_t} + \overline{w_f^2 \cdot w_t} + \overline{w_f \cdot w_t^2} + \overline{u_f \cdot u_t \cdot w_t}, \quad (1.11)$$

$$\varepsilon_{ft} = 4\nu \left[\frac{\partial \overline{u_f}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \overline{u_t}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u_t}}{\partial z} \cdot \frac{\partial \overline{w_f}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{w_f}}{\partial z} \cdot \frac{\partial \overline{w_t}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u_f}}{\partial z} \cdot \frac{\partial \overline{w_t}}{\partial x} \right]. \quad (1.12)$$

Z równań tych wynika, że w bilansie energii należy uwzględnić oprócz oddziaływania górnej warstwy morza z atmosferą również oddziaływanie potencjalnego ruchu z turbulentnym, poprzez składniki typu $\overline{u_f \cdot w_t}$ lub $\overline{w_f \cdot u_t}$. Oceniając udział tych składników w całej energii, Kitajgorodzki (1970) wysunął hipotezę o tzw. słabym wzajemnym oddziaływaniu ruchu falowego i turbulencji.

Jego przybliżone oceny prowadzą do wniosku, że tylko bardzo drobnoskalowe składowe turbulентne ruchu ($l \ll a \cdot e^{-z/l}$, l — skala turbulencji) mogą czerpać energię z ruchu falowego. W wyniku oddziaływania tych składowych pojawiają się dodatkowe naprężenia Reynoldsa; sam ruch falowy jednak pozostaje nadal potencjalny.

W ten sposób, w ramach hipotezy o słabym oddziaływaniu, ruch falowy można analizować bez uwzględniania nań wpływu turbulencji.

STRUKTURA WIDM SKŁADOWYCH PRĘDKOŚCI ORBITALNEJ

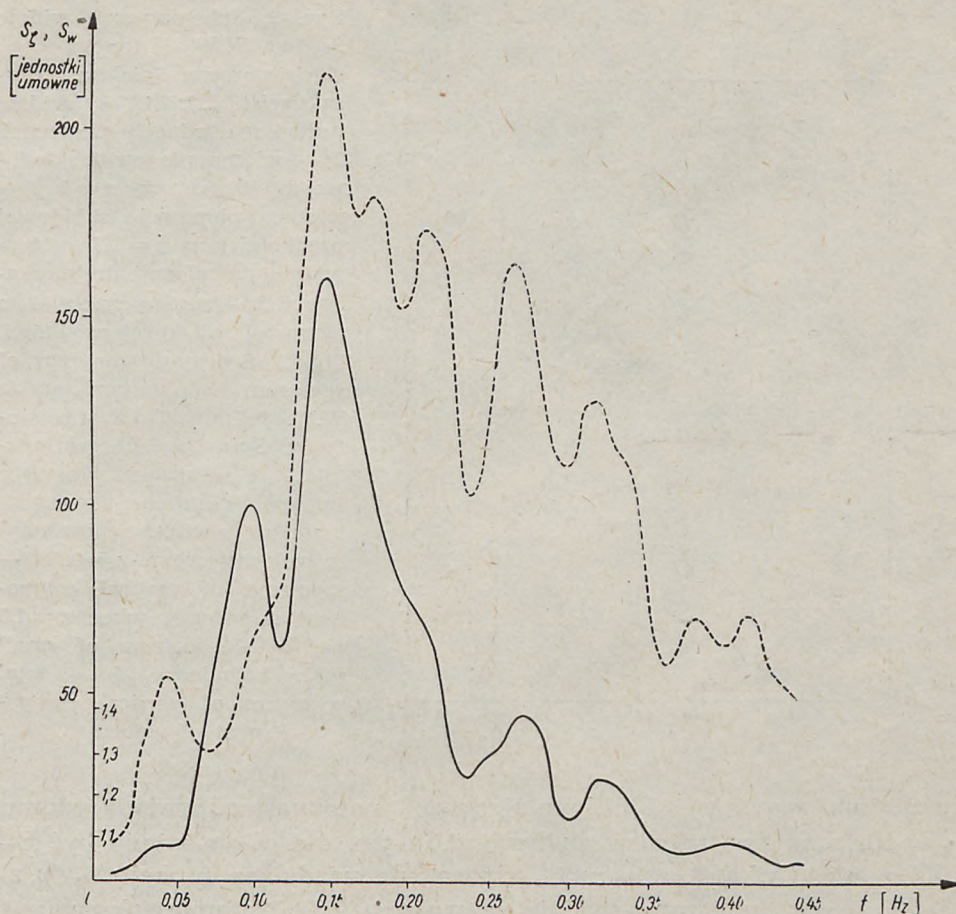
W ramach liniowej teorii widmowej otrzymuje się następujące wyrażenia dla funkcji gęstości widmowej składowych orbitalnych u , v i w (1.12):

$$S_u(\omega; z) = \omega^2 \cdot \exp(-2kz) \cdot \int \cos^2 \Theta \cdot S_z(\omega, \Theta) d\Theta, \quad (2.1)$$

$$S_v(\omega; z) = \omega^2 \cdot \exp(-2kz) \cdot \int \sin^2 \Theta \cdot S_z(\omega, \Theta) d\Theta, \quad (2.2)$$

$$S_w(\omega; z) = \omega^2 \cdot \exp(-2kz) \cdot \int S_z(\omega, \Theta) d\Theta. \quad (2.3)$$

Na rycinie 1 przedstawiono dla przykładu funkcje gęstości widmowej dla wahań powierzchni morza i dla pionowej składowej prędkości orbitalnej. Obie funkcje charakteryzują się silnie uwidoczonym maxi-



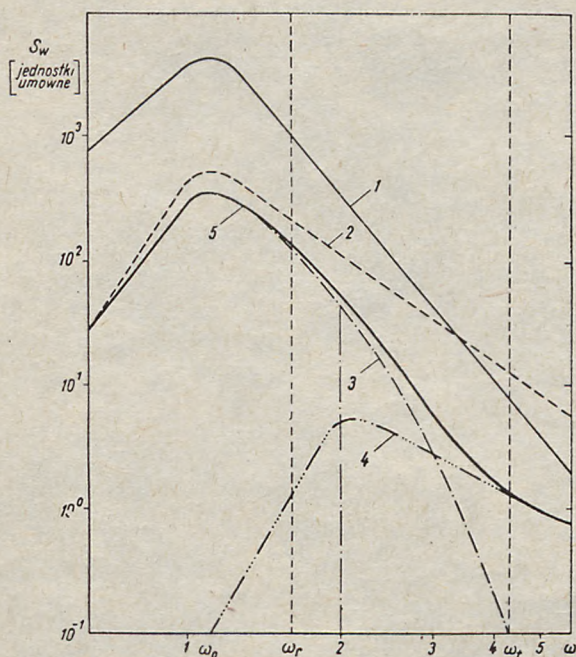
Ryc. 1. Przykład widm S_ζ i S_w otrzymanych w wyniku jednoczesnej rejestracji wahań swobodnej powierzchni i prędkości w: $S_w(f)$, $S_\zeta(f)$ wg W.W. Jefimow, G.N. Christoforow, *Niekotoryje osobiennosti...*

Fig. 1. An example of spectra S_ζ and S_w obtained as the result of simultaneous recording of fluctuations of a free surface and velocity (according to W.W. Jefimov, G.N. Christoforow, *Niekotoryje osobiennosti...*)

mum oraz szeregiem „pików” na większych częstotliwościach, przy czym te „piki” wyraźniej uwidoczniają się na wykresie funkcji S_w .

Omówmy obecnie szerszą strukturę widma prędkości na podstawie rezultatów badań Instytutu Geofizycznego w Sewastopolu (Jefimow, Christoforow (1969); Jefimow, Christoforow (1971)). Dla większej przejrzystości, przyjmijmy pewne schematyczne widmo wzniesienia powierzchni $S_\zeta(\omega)$ (obie osie mają umowne jednostki) (ryc. 2).

Krzywa 1 przedstawia wspomniane widmo S_ζ , przy czym dla $\omega > \omega_r$



Ryc. 2. Schematyczne widmo S_w (wg W.W. Jefimowa, G.N. Christoforowa, *Spektry i charakterystyki...*): 1 — widmo wahań swobodnej powierzchni, 2 — widmo pionowej składowej prędkości przy $z=0$, 3 — widmo pionowej składowej prędkości przy $z=1,3$ m, 4 — widmo turbulencji drobnoskalowej, 5 — sumaryczne widmo pionowej składowej prędkości. Fig. 2. Schematic diagram of spectrum S_w (according to W.W. Jefimov, G. N. Christoforov, *Spektry i charakterystyki...*): 1 — spectrum of free surface oscillations, 2 — spectrum of vertical component of velocity when $z=0$, 3 — spectrum of vertical component of velocity when $z=1,3$ m., 4 — spectrum of small scale turbulence, 5 — total spectrum of vertical component of velocity

spełnia ono prawo ω^{-5} Phillipsa. Krzywa 2 natomiast odpowiada widmu $S_w(\omega, z)$, przy $z=0$ (patrz równanie 2.3), tzn. dla $\omega > \omega_r$ winno być $S_w(\omega, 0) \sim \omega^{-3}$. Cyfrą 3 oznaczono krzywą odpowiadającą funkcji $S_w(\omega, z)$ dla $z=1,3$ m (obliczona zgodnie ze wzorem 2.3). Natomiast krzywa 4 przedstawia widmo turbulencji drobnoskalowej, wywołanej falowaniem powierzchniowym (dla $\omega \geq 2$, funkcja widmowa jest proporcjonalna do ω^{-2}).

Ostateczne sumaryczne widmo, uwzględniające zarówno składową falową, jak i turbulentną, przedstawia krzywa 5. Z ryciny 2 wynika, że możemy wyróżnić trzy zasadnicze obszary, w których zachodzące procesy mają odmienny charakter.

W części niskoczęstotliwościowej ($\omega < \omega_r$) podstawowy wkład dają składowe falowe, czyli:

$$\omega^2 \cdot \exp(-2\omega^2 \cdot z/g) \cdot S_c(\omega) \gg S_{wt}(\omega); \quad (2.4)$$

na odwrót, w części wysokoczęstotliwościowej ($\omega > \omega_t$), mamy:

$$S_{wt}(\omega) \gg \omega^2 \cdot \exp(-2\omega^2 \cdot z/g) \cdot S_c(\omega), \quad (2.5)$$

tzn. funkcję widmową $S_w(\omega, z)$ całkowicie określa widmo turbulencji nie skorelowane z wahaniami swobodnej powierzchni.

W obszarze przejściowym $\omega_r < \omega < \omega_t$ udział obu składników jest porównywalny, a zatem:

$$\frac{S_{w_t}(\omega, z)}{\omega^2 \cdot \exp(-2\omega^2 \cdot z/g) \cdot S_{\zeta}(\omega)} \sim 1,0. \quad (2.6)$$

Funkcja widmowa w tym przedziale jest bliska funkcji ω^{-5} . Jednocześnie z uwagi na (2.6) pulsacje prędkości (w) nie są skorelowane z wahaniami swobodnej powierzchni. A zatem fakt, że widmo prędkości jest proporcjonalne do ω^{-5} nie należy traktować jako analogii do prawa Phillipsa dla fal powierzchniowych, a jedynie jako pewien przypadek szczególny.

Z powyższej analizy wynika więc, że wzory (2.1—2.3) należy przepisać w następującej, dokładniejszej formie:

$$\left. \begin{aligned} S_u(\omega; z) &= S_{u_f}(\omega; z) + S_{u_t}(\omega), \\ S_v(\omega; z) &= S_{v_f}(\omega; z) + S_{v_t}(\omega), \\ S_w(\omega; z) &= S_{w_f}(\omega; z) + S_{w_t}(\omega). \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

Określmy obecnie niektóre częstotliwości charakterystyczne w widmie prędkości. Przede wszystkim wyznaczmy częstotliwość, w okolicach której widmo prędkości może być przybliżone funkcją ω^{-5} . Założymy, że widmo fal powierzchniowych jest bliskie ω^{-5} ; zatem:

$$S_{w_f}(\omega; z) = A \omega^{-3} \cdot \exp(-2\omega^2 \cdot z/g). \quad (2.8)$$

Na niższych częstotliwościach widmo zanika szybciej aniżeli ω^{-3} , a zatem istnieje częstotliwość, przy której $S_{w_f} \approx A_1 \cdot \omega^{-5}$; stąd:

$$\varphi(\omega) = A \omega^{-3} \exp(-2\omega^2 \cdot z/g) - A_1 \cdot \omega^{-5} = 0. \quad (2.9)$$

W rezultacie mamy $\omega_k = (g/2z)^{1/2}$ lub $\omega_k \cdot (z/g)^{1/2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Dla drugiej częstotliwości charakterystycznej ω_t Jefimow i Christoforow (1971) otrzymali następujący związek:

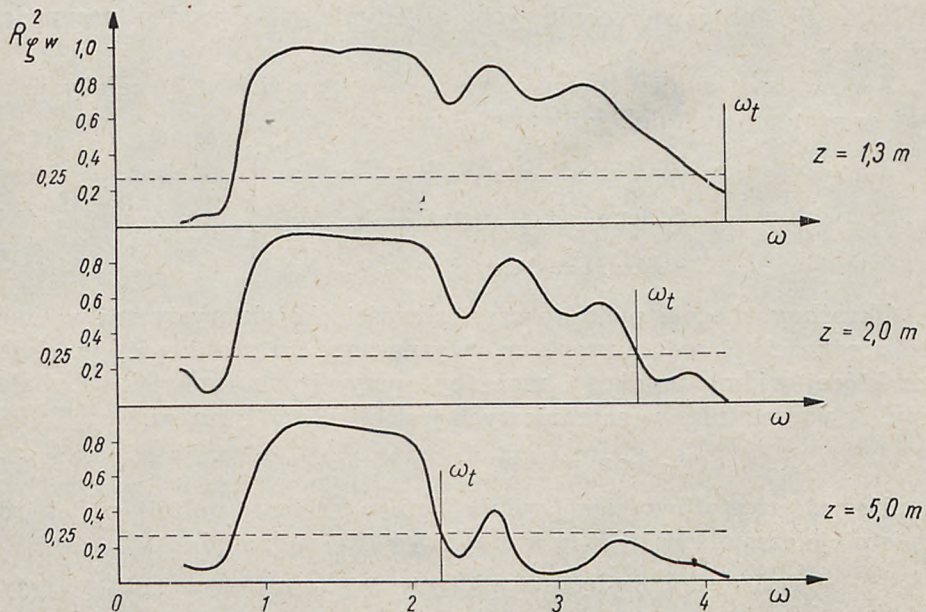
$$\left(\frac{\omega_t}{\omega_0} \right) \cdot \left(\frac{z}{\bar{\zeta}} \right)^{1/2} = C^{te}, \quad (2.10)$$

gdzie: ω_t — częstotliwość, powyżej której decydującymi są turbulentne drgania, nie związane ze swobodną powierzchnią, $\bar{\zeta}$ — odchylenie standardowe wzniesień swobodnej powierzchni, ω_0 — częstotliwość głównego maksimum.

Innym kryterium dla wyznaczania granicznej częstotliwości ω_t jest funkcja korelacji wzajemnej pomiędzy wzniesieniem swobodnej powierzchni a rozpatrywaną składową prędkością, czyli funkcja koherencji typu $R_{\zeta u}^2$, $R_{\zeta v}^2$ i $R_{\zeta w}^2$. Część falowa jakiegokolwiek składowej prędkości

winna dawać bardzo duże (bliskie 1) wartości funkcji R , z uwagi na funkcyjną zależność prędkości i wzniesienia swobodnej powierzchni.

Część turbulentna prędkości nie jest związana za swobodną powierzchnią, jej korelacja wzajemna z rzędną swobodnej powierzchni jest zatem równa zero. W ten sposób, w ramach hipotezy o słabym oddziaływaniu wzajemnym drgań falowych i turbulencji, możemy przyjąć za graniczną — częstotliwość ω_t , odpowiadającą spadkowi funkcji R^2 poniżej pewnego poziomu, na przykład 0,25 (ryc. 3). Takie kryterium,



Ryc. 3. Funkcja koherencji wzniesienia swobodnej powierzchni i pionowej składowej orbitalnej dla trzech różnych poziomów (wg W.W. Jefimow; G.N. Christoforow, *Wolnowyje i turbulentnyje...*)

Fig. 3. Coherence function of the elevation of the free surface and vertical orbital component for three different levels (according to W.W. Jefimov, G.N. Christoforov, *Wolnowyje i turbulentnyje...*)

podobnie zresztą jak i kryterium określone wzorem (2.10), prowadzi do wniosku, że w miarę zwiększania głębokości, częstotliwość ω_t maleje. Można tłumaczyć to efektem odfiltrowania krótkookresowych składowych w trakcie ich przechodzenia przez warstwę wody.

Zwróćmy uwagę na jeszcze jedną cechę charakterystyczną funkcji $R^2(\omega)$. Okazuje się, że nawet w przedziale niskich częstotliwości, gdzie składniki falowe widma są decydujące, funkcje $R^2(\omega)$ pozostają dość odległe od wartości teoretycznej 1,0. Dla poszczególnych składowych

krzywe mają bardzo różne przebiegi; bardziej od jedności odbiegają funkcje $R_{\zeta u}^2$ i $R_{\zeta v}^2$ aniżeli funkcje $R_{\zeta w}^2$; wiąże się to zapewne z wpływem kierunkowego rozkładu energii w widmie falowania powierzchniowego na składowe prędkości u i v ; dla składowej w ten wpływ nie istnieje (patrz wzory 2.1—2.3).

O innych, ewentualnych czynnikach, wpływających na taki przebieg funkcji R^2 będziemy mówili w rozdziale 4.

Niezwykle ważnym czynnikiem, decydującym w kinematyce i dynamice w warstwie przypowierzchniowej morza, jest pionowy rozkład składowych prędkości u , v i w . W myśl teorii liniowej falowania, widma składowych winny zanikać według prawa $\exp(-2kz)$. Jeżeli zatem dysponujemy dwoma widmami prędkości na przykład w (na poziomach z_1 i z_2), otrzymanymi z jednoczesnych rejestracji, to winny one spełniać następującą zależność:

$$\frac{S_w(\omega; z_2)}{S_w(\omega; z_1)} = \exp[-2k(z_2 - z_1)]. \quad (2.11)$$

Porównanie tej zależności z wynikami badań (Jefimow, Christoforow 1969) wskazuje, że istnieją pewne różnice, tym większe, im większe częstotliwości rozpatrujemy. W szczególności powyżej pewnej częstotliwości nie jest spełniona podstawowa zależność pomiędzy liczbą falową k a częstotliwością — $\omega^2 = gk$ (Jefimow, Christoforow 1971). Może to świadczyć o dużym udziale drgań turbulentnych, dla których wspomniana wyżej zależność nie ma miejsca.

Omówimy jeszcze jedną charakterystyczną cechę kinematyki warstwy przypowierzchniowej morza — współczynniki korelacji wzajemnej K_{uw} . Ponieważ składowe u i w według liniowej teorii falowania są funkcjami ortogonalnymi, współczynnik korelacji K_{uw} winien być dla nich równy zero. Tymczasem Shonting (1965, 1968), a następnie Jefimow i Christoforow (1969, 1971) otrzymali wartości znacznie większe — $0,1 \div 0,3$. Jednocześnie okazało się, że podstawowy udział w tych wartościach mają składowe z przedziału częstotliwości falowych.

Przedstawiliśmy powyżej zasadnicze rezultaty liniowej teorii falowania rzeczywistego; porównania tych rezultatów z wynikami badań w naturze uwidoczniły szereg zasadniczych rozbieżności, nie tylko o charakterze ilościowym. Upoważniają one do stwierdzenia, że hipoteza o słabym oddziaływaniu turbulencji i falowania, dla bardziej precyzyjnych analiz, jest niesłuszna.

Wpływ turbulencji, mniej widoczny dla drgań swobodnej powierzchni, jest dla parametrów kinematycznych znaczny.

Turbulencja drobnoskalowa generowana falowaniem oddziałuje na sam ruch falowy w ten sposób, że staje się on wirowy; świadczy

o tym wspomniany wyżej brak ortogonalności między rozmaitymi składowymi prędkości orbitalnej oraz wysokie wartości współczynnika korelacji. Wyjaśnienia zachodzących mechanizmów należy szukać poprzez rozwiązanie pełnego układu równań Naviera — Stokes'a.

Rozpatrzmy to zagadnienie najpierw dla fali monochromatycznej.

WPLYW TURBULENCJI NA PRĘDKOŚCI ORBITALNE (U) i (W) FALI MONOCHROMATYCZNEJ

Niech wzdłuż osi x prostokątnego układu współrzędnych (o, x, y, z) przemieszcza się płaska fala regularna; amplituda fali niech wynosi a , głębokość zaś akwenu jest nieskończenie wielka. Ruch falowy w rozpatrywanym akwenu najlepiej charakteryzuje układ równań Naviera — Stokesa, do którego wprowadziliśmy prócz prędkości średnich, również pulsacje prędkości. Przy zastosowaniu uśrednienia według Reynoldsa otrzymamy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_M \cdot \Delta u + \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\overline{u'w'}) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu_M \cdot \Delta w + \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{u'w'}) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} (-\overline{w'^2}) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \quad (3.1)$$

gdzie: u, w — prędkości orbitalne, odpowiednio wzdłuż osi x i z , u', w' — pulsacje prędkości, o których zakładamy, że mają skalę czasową mniejszą od okresu fali, p — ciśnienie, ν_M — kinematyczny współczynnik lepkości molekularnej.

Celem określenia naprężeń stycznych i normalnych, wprowadzimy tzw. kinematyczny współczynnik lepkości turbulentnej ν_T ; zgodnie z hipotezą Boussinesqua będzie wówczas (Monin, Jagłom 1965):

$$-\overline{u' \cdot w'} = \nu_T \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (3.2)$$

Ponadto dla pionowych fluktuacji prędkości przyjmujemy dodatkowy warunek, że:

$$\overline{u'^2} = \overline{w'^2}. \quad (3.3)$$

Wyraża on fakt, że w powierzchniowej warstwie morza amplitudy poziomej i pionowej prędkości ruchu orbitalnego są sobie równe. Tym samym można z dużym przybliżeniem założyć, że i odpowiadające im

wysokoczęstotliwościowe fluktuacje turbuletnie będą wielkościami jednokowego rzędu.

Warunki brzegowe sformułujemy w następującej postaci:

dla $z = \zeta$ (powierzchnia swobodna)

$$\left. \begin{aligned} -p_0 + \tau \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= p_{zz} + p_{xz} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ p_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \tau &= -p_{xx} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + p_{xz} \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

przy czym: p_0 — ciśnienie na powierzchni, τ — naprężenie styczne

$$\left. \begin{aligned} p_{zz} &= -p + 2 \cdot v_M \cdot \rho \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - \rho \cdot \overline{w'^2} \\ p_{xx} &= -p + 2 \cdot v_M \cdot \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - \rho \cdot \overline{u'^2} \\ p_{xz} &\equiv p_{zx} = (v_T + v_M) \cdot \rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

warunek kinematyczny:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} = w. \quad (3.6)$$

dla nieskończonej głębokości ($z = +\infty$)

$$u(\infty, x; t) = w(\infty, x; t) = 0. \quad (3.7)$$

Rozwiązanie układu (3.1) wraz z warunkami brzegowymi (3.4 — 3.7) przyjmujemy w postaci zaproponowanej przez Jefimowa i Pososzkowa (1969). Funkcja prądu $\psi(x, z; t)$ ma wówczas postać:

$$\psi(x, z; t) = \sum_{j=1}^2 a \cdot e^{-p_j \cdot z} \{ [A_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) + B_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \cdot \cos(kx - \omega t) + [B_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) - A_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \cdot \sin(kx - \omega t) \}, \quad (3.8)$$

gdzie:

$$p_j = R_j \cdot \cos \varphi_j; \quad \chi_j = R_j \cdot \sin \varphi_j \quad (3.9)$$

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= -\frac{\omega}{k} \cdot \frac{k^2(R_1^2 \cdot \cos 2\varphi_1 - R_2^2 \cdot \cos 2\varphi_2) + R_2^2 \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_2) - R_2^4}{R_1^4 - 2R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_2) + R_2^4} \\ B_1 &= \frac{\omega}{k} \cdot \frac{k^2(R_1^2 \cdot \sin 2\varphi_1 - R_2^2 \cdot \sin 2\varphi_2) + R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot \sin 2(\varphi_1 - \varphi_2)}{R_1^4 - 2 \cdot R_1^2 \cdot R_2^2 \cdot \cos 2(\varphi_1 - \varphi_2) + R_2^4} \\ A_2 &= \frac{\omega}{k} - A_1, \quad B_2 = -B_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Współczynniki R_j i kąty φ_j są funkcjami następujących parametrów (można je znaleźć w pracy Jefimowa i Pososzkowa, 1969):

$$\gamma = \frac{v_T - v_M}{v_T + v_M}, \quad \alpha = \frac{2(v_T + v_M)}{\omega} k^2. \quad (3.11)$$

Należy podkreślić, że przedstawione rozwiązanie Jefimowa i Pososzkowa dotyczy przypadku, gdy $v_T = \text{Const}$. Do tej pory brak bowiem dostatecznej liczby bezpośrednich pomiarów współczynnika v_T na różnych głębokościach, a sposób jego zanikania nie jest całkowicie jasny z teoretycznego punktu widzenia.

Z pracy Dobroklńskiego (1947) wynika, że współczynnik ten winien zanikać wykładniczo z głębokością, natomiast Bowden (1950) przyjmuje go za wartość stałą. Na powierzchni swobodnej obie metody dają prawie jednakową wartość, która znajduje potwierdzenie w badaniach laboratoryjnych Dobroklńskiego i Kontobojcewej (1966). Bliższe określenie wartości v_T w zależności od parametrów falowania podamy poniżej. Obie składowe prędkości orbitalnej wyrażają się następującymi wzorami:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad w = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.12)$$

stąd:

$$\begin{aligned} u &= a \cdot \sum_{j=1}^2 e^{-p_j \cdot z} [C_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) + D_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \cdot \cos(kx - \omega t) + \\ &+ a \sum_{j=1}^2 e^{-p_j \cdot z} [E_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) + F_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \cdot \sin(kx - \omega t) = \\ &= a \cdot G(z) \cdot \cos(kx - \omega t) + a \cdot H(z) \cdot \sin(kx - \omega t) \end{aligned} \quad (3.13)$$

oraz:

$$\begin{aligned} w &= a \cdot \sum_{j=1}^2 e^{-p_j \cdot z} \{k[A_j \cos(\chi_j \cdot z) + B_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \sin(kx - \omega t) + \\ &- k[B_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) - A_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \cos(kx - \omega t)\} = \\ &= a \cdot G'(z) \cdot \cos(kx - \omega t) + a \cdot H'(z) \cdot \sin(kx - \omega t), \end{aligned} \quad (3.14)$$

gdzie:

$$\left. \begin{aligned} C_j &= x_j \cdot B_j - p_j \cdot A_j; & E_j &= -p_j \cdot B_j - x_j \cdot A_j \\ D_j &= -p_j \cdot B_j - x_j \cdot A_j; & F_j &= p_j \cdot A_j - x_j \cdot B_j \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

$$\left. \begin{aligned} G(z) &= \sum_{j=1}^2 e^{-p_j \cdot z} [C_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) + D_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \\ H(z) &= \sum_{j=1}^2 e^{-p_j \cdot z} [E_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) + F_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

$$\left. \begin{aligned} G'(z) &= \sum_{j=1}^2 e^{-p_j \cdot z} \cdot (-k) \cdot [B_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) - A_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \\ H'(z) &= \sum_{j=1}^2 e^{-p_j \cdot z} \cdot (k) \cdot [A_j \cdot \cos(\chi_j \cdot z) + B_j \cdot \sin(\chi_j \cdot z)] \end{aligned} \right\}$$

Dla cieczy idealnej ($v_T = v_M = 0$) otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0; & \gamma &= 0; & A_1 &= 0; & B_1 &= 0; & p_1 &= \infty; & \chi_1 &= \infty \\ & & & & A_2 &= \frac{\omega}{k}; & B_2 &= 0; & p_2 &= k; & \chi_2 &= 0 \\ \text{oraz:} & & & & & & & & & & & \\ C_1 &= 0; & D_1 &= 0; & E_1 &= 0; & F_1 &= 0 & G &= -\omega \cdot e^{-kz}, & & \\ C_2 &= -\omega; & D_2 &= 0; & E_2 &= 0; & F_2 &= \omega; & H &= 0, & & \\ G' &= 0 & & & & & & & & & & \\ H' &= \omega \cdot e^{-kz}, & & & & & & & & & & \end{aligned} \right\} (3.17)$$

stad mamy:

$$\left. \begin{aligned} u &= -a \cdot \omega \cdot e^{-kz} \cdot \cos(kx - \omega t), \\ w &= a \cdot \omega \cdot e^{-kz} \cdot \sin(kx - \omega t). \end{aligned} \right\} (3.18)$$

Formuły (3.14) przedstawiają obie składowe prędkości orbitalnej według liniowej teorii falowania (Druet, Kowalik 1970). Łatwo zauważyć, że wzory (3.13) i (3.14) wyrażają ruch niepotencjalny, wir prędkości — $\Omega = \text{rot } v$ bowiem jest różny od zera, czyli:

$$\Omega = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \neq 0. \quad (3.19)$$

Przyjmijmy, że jakościowo taki sam rezultat otrzymuje się przy uwzględnieniu jedynie lepkości molekularnej ν_M , jednakże wtedy odchylenie od ruchu potencjalnego jest widoczne w bardzo wąskiej warstwie przypowierzchniowej (Lamb 1947). Dla przykładu na ryc. 4 przedstawiono rozkład prędkości (w) względem zmiennej (z).

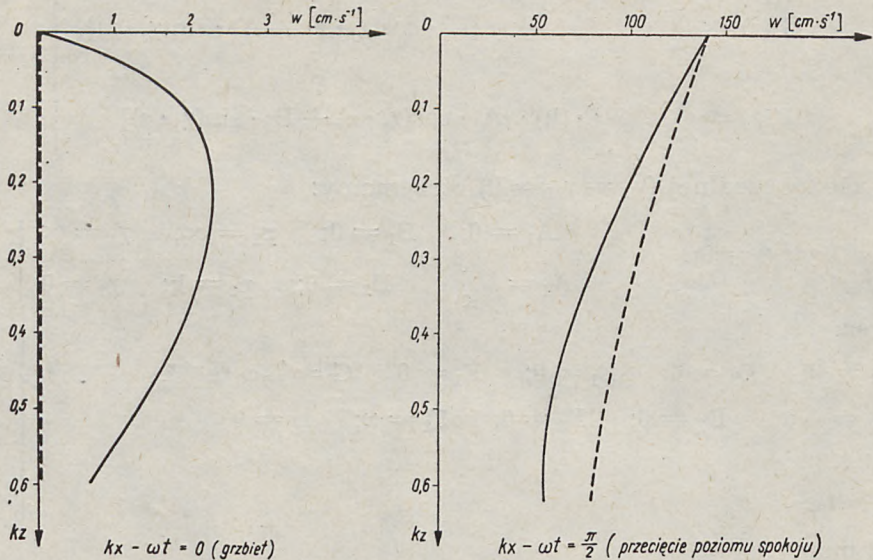
Przyjęto przy tym następujące dane wyjściowe:

amplituda fali $a = 90$ cm,

okres fali $T = 4$ sek ($\omega = \frac{2\pi}{T} = 1,5708 \text{ s}^{-1}$),

długość fali $L = 2496$ cm ($k = \frac{2\pi}{L} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$),

Ze wzoru Bowdena (1950) wynika wówczas, że $v_T = 1415 \text{ cm}^2/\text{sek}$. Dodajmy, że podobny rezultat otrzymuje się z formuły Dobroklonskiego. Jeżeli uwzględnimy, że $\nu_M = 0,013 \text{ cm}^2/\text{sek}$, to ze wzoru (3.11) otrzymamy: $\gamma \cong 1,0$ i $\alpha \cong 0,01$.

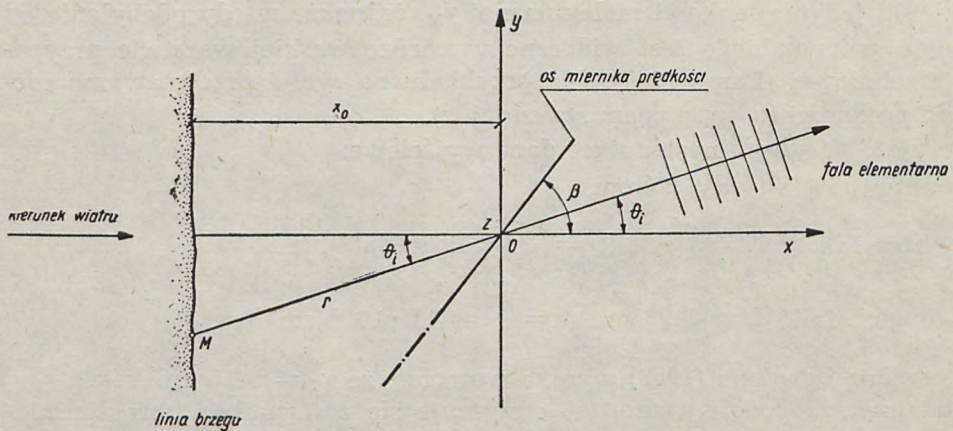


Ryc. 4. Rozkład pionowej prędkości orbitalnej: — z uwzględnieniem turbulencji, --- według teorii liniowej

Fig. 4. Vertical distribution of orbital velocity: — taking into account turbulence, --- according to linear theory

FUNKCJE GĘSTOŚCI WIDMOWEJ DLA SKŁADOWYCH (U) i (W)
PRĘDKOŚCI ORBITALNEJ PRZY UWZGLĘDNIENIU WPŁYWU TURBULENCJI

Niech w rozpatrywanym obszarze, w punkcie 0 (ryc. 5), będzie umieszczony miernik prędkości orbitalnej (u) i (w); głębokość umieszczenia



Ryc. 5. Układ współrzędnych
Fig. 5. System of co-ordinates

miernika przyjmujemy równą (z). W momencie pomiaru składowej orbitalnej (u) oś miernika tworzy kąt β z osią x .

W rozpatrywanym obszarze istnieje określone pole falowania wiatrowego wywołane wiatrem wiejącym wzdłuż osi x , od prostoliniowego brzegu. Losowe drgania powierzchni morza wzbudzają również losowe prędkości orbitalne na określonej głębokości z . W ramach liniowej teorii procesów losowych, prędkości (u) i (w), w punkcie $0(0, 0, z)$, zapiszemy następująco (przy wykorzystaniu rezultatów poprzedniego rozdziału):

$$\begin{aligned} u(z, t; \beta) &= \iint_{\omega, \Theta} \{G(z) \cdot \cos[k(x \cdot \cos\Theta + y \cdot \sin\Theta) - \omega t + \varepsilon(\omega, \Theta)] + \\ &+ H(z) \cdot \sin[k(x \cos\Theta + y \cdot \sin\Theta) - \omega t + \varepsilon(\omega, \Theta)]\} \cos(\Theta - \beta) dA(\omega, \Theta) \\ w(z, t; \beta) &= \iint_{\omega, \Theta} \{G'(z) \cdot \cos[k(x \cos\Theta + y \sin\Theta) - \omega t + \varepsilon(\omega, \Theta)] + \\ &+ H'(z) \cdot \sin[k(x \cos\Theta + y \sin\Theta) - \omega t + \varepsilon(\omega, \Theta)]\} dA(\omega, \Theta), \end{aligned} \quad (4.1)$$

gdzie: Θ — kąt (względem osi x) rozprzestrzenienia się składowej spektralnej, ε — faza losowa równomiernie rozłożona w przedziale $(0, 2\pi)$ — $f(\varepsilon) = 1/2\pi$

O funkcjach losowych (u) i (w) założymy, że spełniają warunki stacjonarności. Możemy więc powiedzieć (nie ograniczając ogólności), że reprezentują one proces stochastyczny o średniej wartości równej zeru i następujących funkcjach autokorelacji:

$$\begin{aligned} K_u(z, \beta; \tau) &= E[u(z, \beta; t) \cdot u(z, \beta; t + \tau)] = \\ &= \iiint \iiint E \{ \{G(z) \cdot \cos[k(x \cos\Theta + y \sin\Theta) - \omega t + \varepsilon] + H(z) \cdot \sin[k(x \cos\Theta + \\ &+ y \sin\Theta) - \omega t + \varepsilon]\} \cdot \{G(z) \cdot \cos[k'(x \cos\Theta' + y \cdot \sin\Theta') - \omega' \cdot t + \\ &+ \varepsilon - \omega' \cdot \tau] + H(z) \cdot \sin[k'(x \cos\Theta' + y \cdot \sin\Theta') - \omega' \cdot t + \\ &+ \varepsilon - \omega' \cdot \tau]\} \} \cdot \cos^2(\Theta - \beta) \cdot E[dA(\omega, \Theta) \cdot dA(\omega', \Theta')]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Z warunku stacjonarności wynika, że (Swieszniukow 1965):

$$E[dA(\omega, \Theta) \cdot dA(\omega', \Theta')] = 2 \cdot S_z(\omega, \Theta) \cdot \delta(\omega - \omega') \cdot \delta(\Theta - \Theta'), \quad (4.3)$$

przy czym:

$S_z(\omega, \Theta)$ — dwuwymiarowe widmo energii falowania powierzchniowego. Jeżeli uwzględnimy następujące własności funkcji δ — Diraca

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x') \cdot \delta(x - x') dx' = f(x), \quad (4.4)$$

otrzymamy:

$$K_u(z, \beta, \tau) = \iint_{\omega, \Theta} [G^2(z) + H^2(z)] \cdot \cos^2(\Theta - \beta) \cdot \cos(\omega\tau) \cdot S_z(\omega, \Theta) d\omega d\Theta. \quad (4.5)$$

Analogicznie dla prędkości (w) mamy:

$$K_u(z, \beta; \tau) = \iint_{\omega, \Theta} [G'^2(z) + H'^2(z)] \cdot \cos \omega \tau \cdot S_\zeta(\omega, \Theta) d\omega d\Theta, \quad (4.6)$$

a zatem wariancje dla obu prędkości wyrażają się następującymi wzorami:

$$\sigma_u^2(z; \beta) = \iint_{\omega, \Theta} [G^2(z) + H^2(z)] \cdot \cos^2(\Theta - \beta) \cdot S_\zeta(\omega, \Theta) d\omega d\Theta \quad (4.7)$$

$$\sigma_w^2(z) = \iint_{\omega, \Theta} [G'^2(z) + H'^2(z)] \cdot S_\zeta(\omega, \Theta) d\omega d\Theta. \quad (4.8)$$

Oznaczmy przez $S_u(\omega, \Theta)$ i $S_w(\omega, \Theta)$ funkcje gęstości widmowej, odpowiednio dla składowej (u) i (w) prędkości orbitalnej. Winno zatem być:

$$\sigma_u^2(z, \beta) = \iint_{\omega, \Theta} S_u(\omega, \Theta; \beta) d\omega d\Theta, \quad (4.9)$$

$$\sigma_w^2(z) = \iint_{\omega, \Theta} S_w(\omega, \Theta) d\omega d\Theta. \quad (4.10)$$

Z porównania formuł (4.7—4.8) i (4.9—4.10) wynika, że:

$$S_u(\omega, \Theta, \beta; z) = [G^2(z) + H^2(z)] \cdot \cos^2(\Theta - \beta) \cdot S_\zeta(\omega, \Theta), \quad (4.11)$$

$$S_w(\omega, \Theta, z) = [G'^2(z) + H'^2(z)] \cdot S_\zeta(\omega, \Theta). \quad (4.12)$$

Dla cieczy idealnej ($v_T = v_M = 0$) na podstawie (3.17) otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} S_u(\omega, \Theta, \beta; z) &= \omega^2 \cdot \exp(-2kz) \cdot \cos^2(\Theta - \beta) \cdot S_\zeta(\omega, \Theta) \\ S_w(\omega, \Theta; z) &= \omega^2 \cdot \exp(-2kz) \cdot S_\zeta(\omega, \Theta) \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Dla uproszczenia w dalszym ciągu przejdziemy do analizy widm częstotliwościowych w tym celu zapiszemy widmo dwuwymiarowe falowania powierzchniowego w formie następującego iloczynu (Kryłow, Strekałow, Cypłuchin 1968):

$$\begin{aligned} S_\zeta(\omega, \Theta) &= \frac{\bar{h}^2}{\omega} \cdot W_\zeta(\omega^*) \cdot S_1(\Theta; \omega^*) = \\ &= \frac{\bar{h}^2}{\omega} \cdot W_\zeta(\omega^*) \cdot [A(\omega^*)]^{-1} \cdot [\cos \Theta]^{\frac{1,8}{\omega^*}} \end{aligned} \quad (4.14)$$

gdzie: $\omega^* = \frac{\omega}{\omega_0}$, $W_\zeta(\omega^*)$ — częstotliwościowa część widma (w bezwymiarowej formie), $S_1(\Theta; \omega^*)$ — widmo kierunkowe, przy czym $[A(\omega^*)]^{-1}$

— czynnik normujący, aby było $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_1(\omega^*, \Theta) d\Theta = 1,0$.

Posługiwanie się widmem kierunkowym w postaci $[\cos \Theta]^{\frac{1,8}{\omega^*}}$ jest bardzo niewygodne, szereg bowiem całek zawierających tę funkcję i występujących często w zastosowaniach widm kierunkowych, nie daje się wyrazić za pomocą funkcji elementarnych. W związku z tym rozłożymy

widmo kierunkowe S_1 w szereg Fouriera w przedziale $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$; będzie więc:

$$S_1(\Theta, \omega^*) = [A(\omega^*)]^{-1} \cdot [\cos\Theta]^{\frac{1,8}{\omega^*}} = \frac{1}{2} \cdot a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos(2k\Theta), \quad (4.15)$$

współczynniki b_k bowiem, ze względu na parzystość funkcji S_1 , są równe zeru.

Dla współczynników a_k zaś otrzymamy następujące wzory:

$$a_0 = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [A(\omega^*)]^{-1} \cdot [\cos\Theta]^{\frac{1,8}{\omega^*}} d\Theta = \frac{2}{\pi}, \quad (4.16)$$

przy czym

$$A(\omega^*) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [\cos\Theta]^{\frac{1,8}{\omega^*}} d\Theta = 2 \cdot \frac{1,8}{\omega^*} \cdot \frac{\Gamma^2\left(\frac{1 + 1,8(\omega^*)^{-1}}{2}\right)}{\Gamma(1 + 1,8 \cdot (\omega^*)^{-1})}, \quad (4.17)$$

gdzie: Γ — funkcja gamma

oraz

$$a_k = \frac{4}{\pi \cdot A(\omega^*)} \cdot I_k, \quad (4.18)$$

gdzie I_k — kombinacje liniowe funkcji $A(\omega^*)$ i $B(x, y)$ — funkcja beta. Na przykład dla trzech pierwszych współczynników (zwykle wystarczających dla praktycznego odwzorowania widma) otrzymamy:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2} \cdot A(\omega^*) - B\left[\frac{p+1}{2}, \frac{3}{2}\right]; \\ I_2 &= \frac{1}{2} \cdot A(\omega^*) - 4 \cdot B\left[\frac{p+1}{2}, \frac{3}{2}\right] + 4B\left[\frac{p+1}{2}, \frac{5}{2}\right], \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{1}{2} \cdot A(\omega^*) - 9 \cdot B\left[\frac{p+1}{2}, \frac{3}{2}\right] + 24 \cdot B\left[\frac{p+1}{2}, \frac{5}{2}\right] - \\ &\quad - 16 \cdot B\left[\frac{p+1}{2}, \frac{7}{2}\right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

Ostatecznie więc, w miejsce wzoru (4.14), otrzymamy następujący:

$$S_z(\omega, \Theta) = \frac{\bar{h}^2}{\omega} \cdot W_z(\omega^*) \cdot \left[\frac{1}{\pi} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos(2k\Theta) \right] \quad (4.21)$$

Po podstawieniu do (4.11) i (4.12) otrzymamy więc ostatecznie poszukiwane widma częstotliwościowe:

$$S_u(\omega; \beta, z) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_u(\omega, \Theta; z, \beta) d\Theta =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\bar{h}^2}{\omega} \cdot W_{\zeta}(\omega^*) \cdot [G^2(z) + H^2(z)] \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[\frac{1}{\pi} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos(2k\Theta) \right] \cdot \\
&\quad \cdot \cos^2(\Theta - \beta) d\Theta = \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot \cos 2k\beta \right] \cdot \\
&\quad \cdot [G^2(z) + H^2(z)] \cdot S_{\zeta}(\omega^*)
\end{aligned} \tag{4.22}$$

oraz:

$$\begin{aligned}
S_w(\omega; \beta, z) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_w(\omega, \Theta; z) d\Theta = \\
&= [G'^2(z) + H'^2(z)] \cdot S_{\zeta}(\omega^*),
\end{aligned} \tag{4.23}$$

gdzie: $S_{\zeta}(\omega^*) = \frac{\bar{h}^2}{\omega} \cdot W_{\zeta}(\omega^*)$ — widmo częstotliwościowe falowania powierzchniowego.

Jak stwierdziliśmy wyżej, turbulencja prowadzi do zmiany reżimu ruchu z potencjalnego na wirowy. Z ryciny 4 wynika, że wpływ ten szczególnie silnie zaznacza się w górnej warstwie morza i dość szybko zanika wraz z głębokością. Rozpatrzmy bardziej szczegółowo prawa zanikania funkcji gęstości widmowej dla prędkości orbitalnych w funkcji głębokości. Ze wzorów (4.9) wynika bezpośrednio, że stosunek funkcji gęstości widmowej dla dwóch poziomów z_1 i z_2 (dla cieczy idealnej) ma postać:

$$\frac{S_{u(w)}(\omega; z_1)}{S_{u(w)}(\omega; z_2)} = \exp[-2k(z_1 - z_2)]. \tag{4.24}$$

Po uwzględnieniu turbulencji odpowiednie wzory będą miały postać:

$$\frac{S_u(\omega; z_1)}{S_u(\omega; z_2)} = \frac{G^2(z_1) + H^2(z_1)}{G^2(z_2) + H^2(z_2)} \tag{4.25}$$

oraz

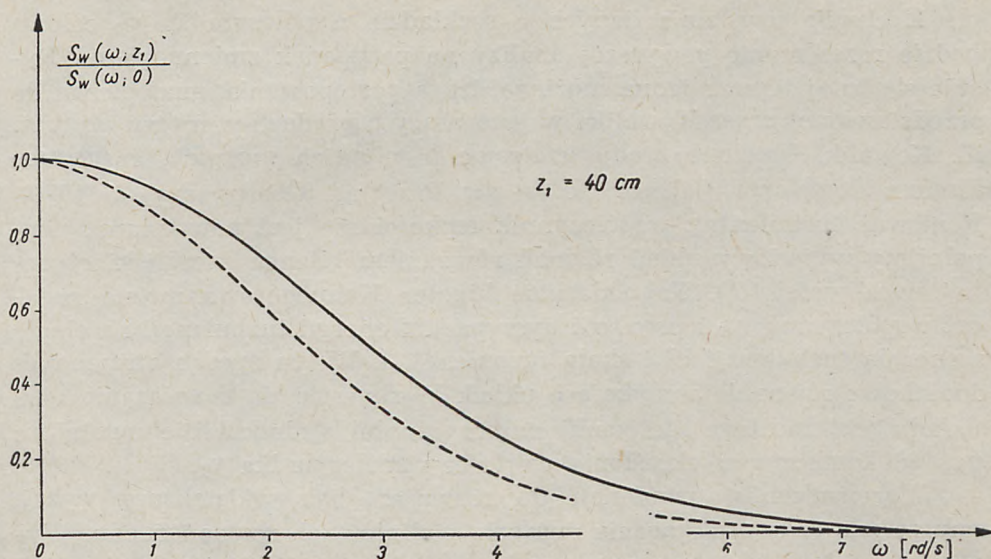
$$\frac{S_u(\omega; z_1)}{S_u(\omega; z_2)} = \frac{G'^2(z_1) + H'^2(z_1)}{G'^2(z_2) + H'^2(z_2)}. \tag{4.26}$$

Zilustrujemy powyższe formuły przykładem; niech $z_1 = 40$ cm; $z_2 = 0$, a współczynnik turbulentnej lepkości $\nu_T = 1415$ cm²/sek, czyli jest taki sam, jak dla rozkładu prędkości (w) uwidocznionego na ryc. 4. Ze wzorów 4.24 i 4.26 wynika, że:

$$\frac{S_w(\omega; 40)}{S_w(\omega; 0)} = \exp(-80k) \tag{4.27}$$

oraz

$$\frac{S_w(\omega; 40)}{S_w(\omega; 0)} = \frac{G'^2(40) + H'^2(40)}{G'^2(0) + H'^2(0)}. \tag{4.28}$$



Ryc. 6. Zanikanie widma częstotliwościowego wraz z głębokością: — według teorii liniowej, - - - z uwzględnieniem turbulencji

Fig. 6. Decay of frequency spectrum with depth: — according to linear theory, - - - taking turbulence into account

Na rycinie 6 linią ciągłą przedstawiono stosunek gęstości widmowej S_w na poziomie $z = 0$ i $z = 40$ cm według teorii liniowej (4.27), natomiast linią przerywaną — stosunek ten z uwzględnieniem turbulencji.

Widać, że początkowo różnice rosną w miarę wzrostu częstotliwości, aby następnie zmaleć do zera przy jeszcze większych częstotliwościach. Rycina 6 ma jedynie charakter ilustracyjny, należy bowiem pamiętać, że przebieg zmian stosunków widm $\frac{S(\omega; z_1)}{S(\omega; 0)}$ zależy w dużym stopniu od rozpatrywanego poziomu z_1 .

Podsumowanie

Jeżeli zestawimy cechy charakterystyczne i fakty doświadczalne, opisane w rozdziale drugim, to dojdziemy do wniosku, iż obecność turbulencji w górnej warstwie morza może być przyczyną obserwowanych odchylenia od ruchu potencjalnego. Odchylenia te są przede wszystkim funkcją turbulentnego współczynnika lepkości ν_T ; w stanie silnie rozwiniętego falowania może on osiągnąć znaczną wartość. Dotychczas zbyt mało jeszcze wiemy o rzeczywistych wielkościach tego współczynnika i jego rozkładzie w pionie. Dlatego między innymi nasza analiza dotyczyła przypadku, kiedy $\nu_T = C^{te}$.

Z chwilą uzyskania danych o rozkładzie współczynnika ν_T celowe będzie rozszerzenie powyższej analizy na przypadek zmiennego ν_T . Rysuje się tutaj jeszcze jedna możliwa droga postępowania, analogiczna do przedstawionej przez Kowalika w jego pracy o prądach w morzu płytkim (Z. Kowalik, *Ustalone prądy wiatrowe w płytkich morzach, z zastosowaniem do Morza Bałtyckiego — II*; Przegląd Geofizyczny 2, 1970). Ponieważ turbulentny współczynnik lepkości nie jest nam znany, uzupełnijmy wyjściowy układ równań równaniem bilansu energii kinetycznej burzliwości (b^2). Na podstawie hipotez Kołmogorowa można związać współczynnik ν_T i prędkość dyssypacji ε energii turbulencji na ciepło z energią turbulencji b^2 i skalą turbulencji l . W ten sposób otrzymamy dodatkowe równanie zamykające układ. Wydaje się, że rozwiązanie tego układu jest możliwe metodami numerycznymi; jednocześnie uwolni to nas od konieczności określenia wartości współczynnika ν_T .

Wprowadzenie turbulencji do rozważań, jak widzieliśmy wyżej, zmusza nas do rozpatrywania pełnych, nieliniowych równań ruchu. Wynikają z nich nieliniowe prawa przekazywania energii kinetycznej w głąb morza. Zauważmy, że dla fali monochromatycznej (rozd. 3) taki rozkład został wywołany przez falę liniową. Falowanie wiatrowe na powierzchni jest również rezultatem liniowego procesu (w naszym modelu), dodawania nieskończonej liczby takich fal regularnych; jego widmo energii jest więc widmem liniowym. Funkcje przenoszenia, łączące widmo falowania powierzchniowego z widmem prędkości na dowolnej głębokości, są nieliniowe, to znaczy inne niż w modelu liniowym. Uwagi te pomogą nam jaśniej uzmysłwić sobie fakt, że jakościowe odejście od potencjalnego modelu ruchu otrzymaliśmy przy założeniu liniowego modelu falowania wiatrowego na powierzchni.

W rzeczywistości tak jednak nie jest: liniowa teoria widmowa falowania również jest tylko przybliżeniem do natury. Przybliżenie to jest znacznie lepsze niż w przypadku parametrów kinematycznych, bardziej czułych na wszelkiego rodzaju nieliniowości niż wahania swobodnej powierzchni.

Tym niemniej, teoretyczne badania Ticka, Phillipsa i Hasselmana nad nieliniowymi oddziaływaniami poszczególnych składowych elementów znalazły potwierdzenie w badaniach w naturze. Dają one w ramach teorii potencjalnej ruchu (!!!) cieczy idealnej nieliniowy obraz zmian swobodnej powierzchni. Wydaje się więc bardzo prawdopodobne, że również parametry kinematyczne, rozpatrywane w ten sam sposób ujawnią swój nieliniowy charakter.

Przedstawione hipotezy mają charakter wstępny i wymagają dokładnego opracowania oraz weryfikacji w badaniach w naturze.

S. MASSEL

Polish Academy of Sciences Institute of Hydro-Engineering — Gdańsk

KINEMATIC CHARACTERISTIC OF WIND WAVES

Summary

The interaction between the sea and the atmosphere has been indicated by the exchange of energy at the interface. On the surface, this exchange causes strong wave motion. Our knowledge of sea surface dynamics has been considerably improved by recent research. The most important parameters of this surface have been described, approximation being made by statistical and spectral theories of wind waves.

It was generally assumed that the linear theory of potential waves, also for kinematic characteristics, did not differ much from observed reality. However, more detailed research recently conducted has indicated the necessity to revise this opinion. Non-linear effects of the motion have been visible to a much greater extent for kinematic characteristics than in the case of free surface oscillations.

One cause of non-linear effects is turbulence, which is particularly strong in the upper layer of the sea. Within the hypothesis of the so-called weak interaction, wave motion may be analyzed regardless of the influence of turbulence, which, however, leads to some results which contradict noted facts. Because of the above, in the range of wave oscillation which is different from unity, neither the high value of the Reynolds stress at the surface, nor the coherence function can be explained. For the ranges of frequency determined, the law of velocity decreasing with depth differs from that which results from linear theory.

The results of field investigations show substantial differences not only of a quantitative nature. Wave motion of this kind ceases to be potential. To describe this, the complete solution of the Navier-Stokes equation system should be considered. Such an analysis for elementary waves has been applied in this paper. Great divergences occur between potential and vortex waves, especially in the upper sea layer, and disappear with the increase in depth. The coefficient of turbulent viscosity has been assumed to be constant. Assuming that wave motion is the sum of infinite numbers of elementary waves, the author derived formulae for orbital velocity spectra in respect of the turbulence effects.

The considerations presented in the paper form the first stage in the solution of the problem. The value of the turbulent viscosity coefficient was the most difficult to assume. Very little was known about its physical nature and therefore its constant value could only be assumed as an approximation. To avoid this difficulty, a scheme of work which excludes direct definition of the coefficient value has been suggested in this paper.

The considerations presented in this paper are of the nature of a critical discussion of the results obtained hitherto and the possibilities of further research.

LITERATURA

- Bowden K. (1950), *The effect of eddy viscosity on ocean waves*, Phil. Maj., vol. 41, 320.
- Dobroklonskij S.W. (1947), *Turbulentnaja wjazkost w powierzchniowym słoje morza i wólnienije*, Dokl. AN ZSRR, vol. 58,7.
- Dobroklonskij S.W., Kontobojcewa N.W. (1966), *Eksperimentalnoje issledowanije turbulentnoj wjazkosti w monochromaticzeskich wólnach*, Fizika Atm. i Okieana, 1.
- Druet Cz., Kowalik Z. (1970), *Dynamika morza*, Gdynia.
- Jefimow W.W., Christoforow G.N. (1969), *Niekotoryje osobienności polja skorostki w słoje wietrowowo wólnienija*, Fizika Atm. i Okieana, 10.
- Jefimow W.W., Christoforow G.N. (1971), *Wólnowyje i turbulentnyje sostoawlajuszczije spiektra skorosti w wierchniem słoje okieana*, Fizika Atm. i Okieana, 2.
- Jefimow W.W., Christoforow G.N. (1971), *Spiektry i charakteristiki statisticzeskoj wzaimoswjazzi pulsacji skorosti w wierchniem słoje morza i powierzchniowo wólnienija*, Fizika Atm. i Okieana, 12.
- Jefimow W.W., Pososzkow W.L. (1969), *Niekotoryje osobienności polja skorosti pri uczenie turbulentnoj struktury powierzchniowych wóln.*, Morskije Gidrofiz. Issled., 2.
- Kitajgorodzki S.A. (1970), *Fizika wzaimodejstwija atmosfieri i okieana*, Leningrad.
- Kryłow J.M., Striekałow S.S., Cypluchin (1968), *Issledowanije dwumierowno energeticeskowo spiektra i dliny wietrowych wóln*, Fizika Atm. i Okieana, 6.
- Lamb H. (1947), *Gidrodinamika*, Moskwa.
- Massel S. (1972), *Widmowa prognoza poziomej prędkości orbitalnej i przyspieszenia dla falowania wiatrowego*, Rozpr. Hydrotechn., z. 31.
- Monin A.C., Jaglom A.M. (1965), *Statisticzeskaja gidromechanika*, t. 1.
- Shonting D. (1965), *A preliminary investigation of momentum flux in ocean waves*, Pure Appl. Geophys., vol. 57 (1).
- Shonting D. (1968), *Autospectra of observed particle motions in wind waves*, J. Marine Res., vol. 26, 1.
- Swieszniok A.A. (1965), *Podstawowe metody funkcji losowych*, Warszawa.